

11 класс, Экспресс-подготовка к ЕГЭ по физике

Теоретический обзор к занятию 5.

Темы: электростатика.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА – это часть ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ, являющейся последовательной теорией электромагнитных явлений. Важно понимать, что это – **приближенный** подход, позволяющий использовать более простые методы при изучении электродинамических задач, в которых можно не учитывать *магнитные явления, явление электромагнитной индукции и излучение электромагнитных волн.*

Как известно из опыта, в нашем мире существует *электромагнитное взаимодействие* – взаимодействие тел, обладающих особым свойством – *электрическим зарядом* (его величина характеризуется числом q , которое может принимать как положительные, так и отрицательные значения). При этом мы считаем, что существует материальный объект – единое **электромагнитное поле**, которое и осуществляет передачу действия одного заряда на другое. Его можно разделить по формальному признаку на две взаимосвязанные компоненты – **электрическую** (взаимодействует с покоящимися зарядами) и **магнитную** (взаимодействует с движущимися зарядами). Обратим внимание: это разделение зависит от выбора системы отсчета! Таким образом, электростатика – раздел теории электромагнитного поля, посвященный изучению полей **покоящихся в выбранной системе отсчета** зарядов. Отметим также, что при движении заряженных тел с очень малыми скоростями (важно учесть, что очень малыми эти скорости должны быть по сравнению со скоростью света в вакууме, которая примерно равна 300000 км/с!) приближение электростатики нарушается в очень малой степени, и им во многих задачах можно пользоваться с неплохой точностью. В материалах ЕГЭ-2022 этой теме могут быть посвящены задание 14, задания с 17 по 19, а также задачи 24, 26 и 28.

Основные понятия и определения:

Электростатическое поле – условное понятие, введенное в рамках *приближения электростатики* для удобства описания взаимодействий заряженных тел, в течении длительного времени покоящихся в выбранной системе отсчета.

Пробный заряд – небольшое по размерам тело, величина заряда которого отлична от нуля, но достаточно мала, чтобы вносимыми им искажениями в картину электрических и магнитных полей можно было пренебречь. Таким образом, в электростатических задачах «пробные заряды» могут двигаться, не нарушая приближения электростатики – ведь их собственные магнитные поля и поля излучения пренебрежимо малы! Пренебрежение излучением приводит нас к еще одному важному выводу – можно пренебречь потерями энергии на излучение и считать, что полная механическая энергия такого заряда (включая энергию его взаимодействия с электростатическим полем) сохраняется. Во всех школьных задачах про движение заряженных тел в электростатическом поле используется именно это приближение.

Проводники – вещества, содержащие *свободные* носители заряда (которые могут перемещаться по всему объему тела при приложении электрического поля) в достаточно большом количестве (их концентрация по порядку величины не меньше концентрации атомов). При помещении проводящего тела в электрическое поле свободные носители заряда приходят в движение – возникает электрический ток, который существует до тех пор, пока поле внутри проводника отлично от нуля. В изолированном теле носители заряда спустя некоторое время распределяются так, что создаваемое ими электрическое поле полностью компенсирует внешнее поле внутри проводника – полное поле станет равным нулю.

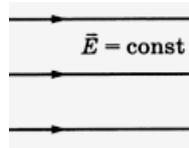
Диэлектрики – вещества, в которых все носители заряда *связаны* в нейтральных молекулах. При помещении во внешнее электрическое поле диэлектрики *поляризуются* и – молекулы разворачиваются так, что на их поверхностях появляются нескомпенсированные *связанные заряды*, что приводит к ослаблению поля внутри диэлектриков.

Полупроводники – вещества с низкой концентрацией свободных носителей заряда. У многих полупроводников концентрация носителей может резко возрастать при различных воздействиях (нагревании, освещении и т.д.)

Напряженность электрического поля – силовая характеристика электрического поля, равная отношению силы, действующей на пробный заряд, к величине этого заряда:

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q}.$$

Наглядное представление о структуре электрического поля можно получить,



построив систему *силовых линий* поля – линий, для которых в каждой точке касательная показывает направление вектора напряженности, а их густота в малом объеме соответствует величине напряженности в нем. Например, силовые линии *однородного поля* $\vec{E} = const$ – это параллельные линии постоянной густоты.

Разность потенциалов электрического поля (напряжение) (между точками 1 и 2) – отношение работы электрического поля по перемещению пробного заряда из точки 1 в точку 2 к величине этого заряда:

$$U_{12} \equiv \varphi_1 - \varphi_2 \equiv \frac{A_{12}}{q}.$$

Если договориться о выборе «нулевой» точки, то можно ввести потенциал поля в любой точке пространства, равный разности потенциалов между этой точкой и нулевой $\varphi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r}) - \varphi(0)$. Возможность введения этой величины связана с тем, что электрические силы *потенциальны* – их работа не зависит от пути переноса. Соответственно можно ввести потенциальную энергию заряда в электрическом поле, разность значений которой в двух точках равна работе по перемещению заряда между ними. Нетрудно заметить, что $E_{ном}(\vec{r}) = q \cdot \varphi(\vec{r})$. С учетом выражения для силы можно установить связь между разностью потенциалов и напряженностью: разность потенциалов двух близких точек, находящихся на одной силовой линии, вдоль которой направлена ось x :

$$\Delta\varphi = -\frac{q E_x \Delta x}{q} = -E_x \Delta x \Rightarrow E_x = -\frac{d\varphi}{dx}.$$

Картину силовых линий поля можно дополнить картиной эквипотенциальных поверхностей $\varphi = const$.

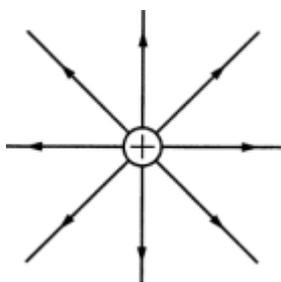
Источник электродвижущей силы (ЭДС) – прибор, производящий разделение зарядов за счет работы *сторонних* сил. Характеризуется величиной ЭДС, равной отношению работы сторонних сил по перемещению через источник пробного заряда к величине этого заряда:

$$\mathcal{E} \equiv \frac{A_{стор}}{q}.$$

Основные законы и результаты:

закон Кулона: два точечных заряда взаимодействуют друг с другом с силой

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{r}_{12} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{r}_{12}, \quad F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}, \quad \text{где } k \equiv \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2.$$



соответствии с этим законом одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются. В рамках полевых представлений этот закон можно переписать как выражение для **напряженности** электрического поля, создаваемого точечным зарядом в точке на расстоянии r от него:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{r}, \quad E = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

Картину силовых линий поля положительного точечного заряда – равномерно «растекающиеся» во все стороны радиальные лучи. Для отрицательного заряда направление поля изменяется на противоположное.

Можно также найти **потенциал** поля точечного заряда $\varphi = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{q}{r}$. Потенциальная энергия

$$\text{взаимодействия двух зарядов } U_{12} = q_1 \cdot \varphi_2(\vec{r}_1) = q_2 \cdot \varphi_1(\vec{r}_2) = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}.$$

Ослабление поля в диэлектрике за счет поляризации можно описать, вводя в эти формулы вместо ε_0 произведение $\varepsilon_0 \cdot \varepsilon$, в котором величина $\varepsilon > 1$ – **относительная**

диэлектрическая проницаемость (ϵ_0 иногда называют «диэлектрической проницаемостью вакуума»).

принцип суперпозиции: поле системы зарядов равно сумме полей зарядов:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi$$

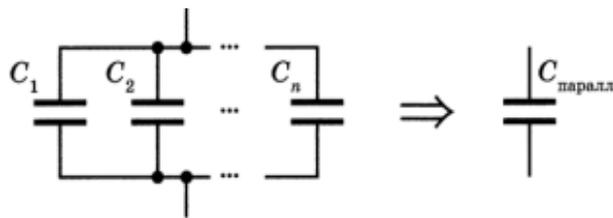
Конденсатор – устройство для накопления заряда. Состоит из двух проводящих тел (обкладок), разделенных изолятором (вакуумным промежутком или диэлектриком). Обычно обкладки заряжаются «симметрично» (заряды $+q$ и $-q$). Основная характеристика – емкость, равная отношению величины заряда обкладки (при симметричной зарядке) к величине напряжения между ними: $C \equiv \frac{q}{|U|}$. Емкость зависит от геометрических параметров

обкладок и свойств изолятора. Например, для **плоского конденсатора** (обкладки – плоские пластины площадью S на расстоянии $d \ll \sqrt{S}$, изолятор – диэлектрик с проницаемостью ϵ) $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$. Поле в пространстве между обкладками плоского конденсатора почти

однородно и равно $E = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon S}$, а вне него – намного слабее. Энергию заряженного

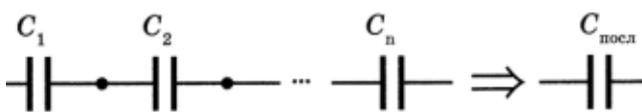
конденсатора (т.е. энергию создаваемого им поля) можно найти, вычислив работу по перемещению заряда с обкладки на обкладку: работа по увеличению заряда от q' до $q' + dq'$

равна $dA = U' \cdot dq' = \frac{1}{C} q' \cdot dq'$, поэтому $E_C = A = \frac{1}{C} \int_0^q q' dq' = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$.



При **параллельном соединении** нескольких конденсаторов напряжение на каждом из них одно и то же, а заряды положительных (отрицательных) обкладок суммируются. Поэтому емкость батареи из параллельно соединенных конденсаторов равна сумме

емкостей конденсаторов: $C_{\text{паралл}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$.



При **последовательном соединении** нескольких конденсаторов напряжения на них суммируются, а заряды всех положительных и отрицательных обкладок

равны друг другу по модулю (сумма зарядов любой пары соседних соединенных обкладок остается равной нулю, если конденсаторы не были заряжены изначально. Поэтому у батареи из последовательно соединенных конденсаторов обратная общая емкость равна

сумме обратных емкостей конденсаторов: $\frac{1}{C_{\text{послед}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$.

Полезные «технические приемы»:

При **нахождении полей заданной системы зарядов** следует использовать принцип суперпозиции (представляя заданную систему зарядов как «наложение» систем, для которой нахождение поля либо потенциала производится проще). В качестве элементов, поле и потенциал которых считается известным, в задачах ЕГЭ используются точечные заряды и заряженные сферы. Считается известным, что поле равномерно заряженной сферы вне нее совпадает с полем точечного заряда, помещенного в центр сферы, а поле внутри сферы равно нулю. Соответственно потенциал поля сферы радиуса R с зарядом Q вне нее (при $r \geq R$)

равен $\varphi(r) = \frac{kQ}{r}$, а внутри – постоянен: при $r < R$ $\varphi(r) \equiv \frac{kQ}{R}$. Равномерно заряженной

сферой является, например, поверхность заряженного проводящего шара, удаленного от других тел. Для системы, состоящей из равномерно заряженных сфер можно считать

суммарный потенциал как сумму потенциалов, создаваемых каждой такой сферой. Поле снаружи сферически симметрично заряженного (непроводящего) шара тоже совпадает с полем точечного заряда, но внутри может меняться сложным образом в зависимости от расстояния до центра.

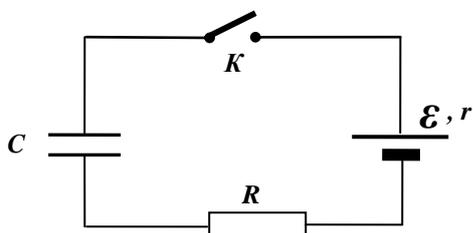
При наличии в системе проводящих тел важно понимать, что в статическом поле все точки такого тела имеют **одинаковый потенциал** (а поле внутри такого тела **равно нулю**). Таким образом, при нахождении потенциала любой точки тела из принципа суперпозиции можно перейти к вычислению потенциала другой точки этого же тела, если это оказывается удобнее.

Особый класс задач по этой теме – задачи о **перезарядках конденсаторов**. Это задачи, посвященные процессам зарядки конденсаторов от источников постоянной ЭДС, разрядке конденсаторов через резисторы или обмена зарядом между конденсаторами. Все решения таких задач основаны на трех теоретических положениях:

- 1) Закон сохранения заряда: сумма зарядов соединенных только между собой обкладок конденсаторов остается неизменной.
- 2) Условие баланса напряжений в контуре: если в контуре, состоящем из резисторов, конденсаторов и источников, ток равен нулю, то алгебраическая (с учетом полярности) сумма напряжений на конденсаторах равна сумме ЭДС.
- 3) Закон сохранения энергии: работа источников идет на изменение суммарной энергии конденсаторов и на компенсацию потерь энергии (энергия может идти на нагрев проводников и на излучение электромагнитных волн, но в «обычных» схемах, которые рассматривают в ЕГЭ, потери на излучение всегда пренебрежимо малы):

$$A_{\text{ист}} = Q + \Delta E_C.$$

При подключении источника ЭДС к участку цепи, содержащему резисторы и конденсаторы, в этих участках появляется ток, обеспечивающий зарядку или перезарядку конденсаторов. В ходе перезарядки напряжение на конденсаторах изменяется, и поэтому токи в такой цепи будут изменяться с течением времени. Рассмотрим в качестве примера зарядку одного конденсатора от батареи с постоянной ЭДС.



При протекании тока выделяется джоулево тепло. Хотя мощность тепловых потерь изменяется с течением времени по довольно сложному закону, подсчитать полное количество «потерянной» энергии довольно просто. В самом деле, в конце зарядки ток через резистор становится равным нулю, и из условия баланса напряжений ясно, что напряжение на конденсаторе становится равным ЭДС. Значит, источник переместил с одной обкладки конденсатора на другую заряд $q = C\mathcal{E}$. Как следует из определения ЭДС, сторонние силы источника совершили работу $A = \mathcal{E}q = C\mathcal{E}^2$, и при этом конденсатор получил энергию

$$E_C = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \Delta E_C \quad (\text{ясно, что начальная энергия конденсатора равнялась нулю}).$$

Следовательно, потери энергии на выделение тепла составляют $Q = A_{\text{ист}} - \Delta E_C = C\mathcal{E}^2 - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$. Как видно, ровно половина работы источника

«теряется». Подчеркнем: это тепло, выделившееся во всех элементах схемы. В нашем примере, если сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь, это тепло распределяется между сопротивлением резистора и внутренним сопротивлением батареи. Так как они включены в цепь зарядки последовательно, то доля общего тепла для каждого элемента пропорциональна его сопротивлению. Поэтому

$$Q_r = \frac{r}{r+R} \frac{C\mathcal{E}^2}{2}, \quad Q_R = \frac{R}{r+R} \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

Отметим некоторые важные обстоятельства. Ни конечный заряд конденсатора, ни полные потери энергии не зависят от величин сопротивления элементов. Это естественно, так как эти сопротивления не входят ни в условие баланса напряжений, ни в выражения для работы источника и энергии конденсатора. Поэтому для решения задач такого типа достаточно рассмотреть **начальное** и **конечное** состояния схемы, воспользовавшись уравнениями, следующими из (1)-(3). На самом деле от величин сопротивлений зависит распределение тепла между элементами схемы (в заданиях ЕГЭ часто в контуре, по которому текут заряды, есть только один элемент с существенным сопротивлением – тогда можно считать, что все тепло выделяется именно в нем). Кроме того, от сопротивления зависит время перемещения зарядов (характерное время перетекания зарядов порядка произведения емкости конденсатора на сопротивление контура $\tau = CR$), но вопросы о скорости перезарядки конденсаторов в ЕГЭ не рассматриваются. Именно поэтому такие задачи, несмотря на то, что в схемах при перезарядке течет ток, по тематике относятся именно к задачам по теме «электростатика», а не «постоянный ток» - мы практически не используем в их решения законы, описывающие протекание тока.