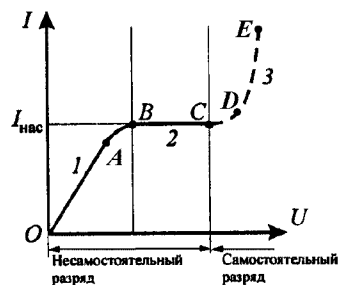


В результате действия ионизатора газ приобретает некоторую электропроводность и в цепи потечет ток, зависимость которого от приложенного напряжения (*вольт-амперная характеристика*) представлена на следующем рисунке.

На участке OA выполняется закон Ома. Затем (участок AB) рост силы тока замедляется, а затем (участок BC) прекращается совсем. В этом случае число ионов и электронов, создаваемых внешним ионизатором равно числу ионов и электронов достигающих электродов (и нейтрализующихся на электродах). Ток $I_{\text{нас}}$, соответствующий участку BC называется током насыщения и его величина определяется мощностью ионизатора.



При увеличении напряжения, первичные электроны (созданные ионизатором), ускоренные электрическим полем, в свою очередь начинают ударно ионизовать молекулы газа, образуя вторичные электроны и ионы. Общее количество электронов и ионов будет возрастать по мере приближения электронов к аноду лавинообразно. Это является причиной увеличения тока на участке CD . Описанный процесс называется ударной ионизацией.

И, наконец, при значительных напряжениях между электродами газового промежутка положительные ионы, ускоренные электрическим полем, также приобретают энергию, достаточную для ионизации молекул газа, что порождает ионные лавины. Когда возникают кроме электронных лавин еще и ионные, сила тока растет уже практически без увеличения напряжения (участок DE).

Лавинообразное размножение электронов и ионов приводит к тому, что разряд становится самостоятельным, т.е. сохраняется после прекращения действия внешнего ионизатора. Напряжение, при котором возникает самостоятельный газовый разряд называется напряжением пробоя.

В зависимости от давления газа, конфигурации электродов, параметров внешней цепи можно говорить о четырёх типах самостоятельного разряда:

1. **Тлеющий разряд** — возникает при низком давлении.
2. **Искровой разряд** — возникает при большой напряженности электрического поля в газе, находящимся под давлением порядка атмосферного.
3. **Дуговой разряд** — возникает: а) если после зажигания искрового разряда от мощного источника постепенно уменьшать расстояние между электродами; б) минуя стадию искры, если электроды (например, угольные) сблизить до соприкосновения, а потом развести.
4. **Коронный разряд** — возникает при высоком давлении в резко неоднородном поле вблизи электродов с большой кривизной поверхности.

Для возникновения самостоятельного газового разряда необходимо, чтобы концентрация и энергия вторичных ионов и электронов, образовавшихся под действием ионизатора, были достаточны для лавинного размножения носителей (число вторичных носителей должно превышать число носителей, покидающих газовый разряд вследствие рекомбинации или нейтрализации на поверхностях, окружающих газовый разряд).

Электростатика

Электростатика — раздел учения об электричестве, изучающий взаимодействие неподвижных электрических зарядов и свойства постоянного электрического поля.

1. Электрический заряд.

Электрический заряд — это внутреннее свойство тел или частиц, характеризующее их способность к электромагнитным взаимодействиям.

Единица электрического заряда — кулон (Кл) — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 ампер за время 1 секунда.

Существует **элементарный (минимальный) электрический заряд**
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Носитель элементарного отрицательного заряда — **электрон**. Его масса $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг. Носитель элементарного положительного заряда — **протон**. Его масса $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Фундаментальные свойства электрического заряда установленные опытным путем:

- Существует в двух видах: **положительный** и **отрицательный**. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные — притягиваются.
- Электрический заряд **инвариантен** — его величина не зависит от системы отсчета, т.е. от того, движется он или покоится.
- Электрический заряд **дискретен** — заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда e .
- Электрический заряд **аддитивен** — заряд любой системы тел (частиц) равен сумме зарядов тел (частиц), входящих в систему.
- Электрический заряд подчиняется **закону сохранения заряда**: *Алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри данной системы.*

Под замкнутой системой в данном случае понимают систему, которая не обменивается зарядами с внешними телами.

В электростатике используется физическая модель — **точечный электрический заряд** — заряженное тело, форма и размеры которого несущественны в данной задаче.

2. Закон Кулона

Закон взаимодействия точечных зарядов — **закон Кулона**: сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам q_1 и q_2 , и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Сила $\vec{F}$ направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т.е. является центральной, и соответствует притяжению ($F < 0$) в

41. Эмиссионные явления.

Работа выхода электронов из металла — работа, которую нужно затратить для удаления электрона из металла в вакуум.

Работа выхода зависит от химической природы металлов и от чистоты их поверхности. Подобранным определенным образом покрытие поверхности, можно значительно изменить работу выхода.

Работа выхода выражается в электрон-вольтах (эВ): 1эВ равен работе, которую совершают силы поля при перемещении элементарного электрического заряда между точками разность потенциалов между которыми равна 1В. Так как $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то 1эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Электронная эмиссия — явление испускания электронов из металлов при сообщении электронам энергии, равной или большей работы выхода.

1. **Термоэлектронная эмиссия** — испускание электронов нагретыми металлами. Пример использования — электронные лампы.
2. **Фотоэлектронная эмиссия** — эмиссия электронов из металла под действием электромагнитного излучения. Пример использования — фотодатчики.
3. **Вторичная электронная эмиссия** — испускание электронов поверхностью металлов, полупроводников или диэлектриков при бомбардировке их пучком электронов. Отношение числа вторичных электронов n_2 к числу первичных n_1 , вызвавших эмиссию, называется

коэффициентом вторичной электронной эмиссии: $\delta = \frac{n_2}{n_1}$. Пример

использования — фотоэлектронные умножители.

4. **Автоэлектронная эмиссия** — эмиссия электронов с поверхности металлов под действием сильного внешнего электрического поля.

42. Газовые разряды.

Под действием ионизатора (сильный нагрев, жесткое излучение, потоки частиц) нейтральные молекулы (атомы) газа расщепляются на ионы и свободные электроны — происходит ионизация газа.

Энергия ионизации — энергия, которую надо затратить, чтобы из молекулы (атома) выбить один электрон.

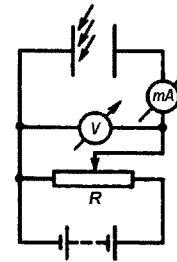
Рекомбинацией — называется процесс обратный ионизации: положительные и отрицательные ионы, положительные ионы и электроны, встречаясь, воссоединяются между собой с образованием нейтральных атомов и молекул.

Прохождение электрического тока через ионизированный газ называется газовым разрядом.

Разряд, существующий только под действием внешних ионизаторов, называется несамостоятельным газовым разрядом.

Разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора, называется самостоятельным газовым разрядом.

Рассмотрим цепь, содержащую газовый промежуток (см рисунок), подвергающийся непрерывному, постоянному по интенсивности воздействию ионизатора.



Средняя скорость направленного движения электронов:

$$\langle v \rangle = \frac{v_{\max} + 0}{2} = \frac{eE\langle t \rangle}{2m} = \frac{eE\langle l \rangle}{2m\langle u \rangle}$$

Плотность тока

$$j = ne\langle v \rangle = \frac{ne^2\langle l \rangle}{2m\langle u \rangle} E = \gamma E,$$

где $\gamma = \frac{ne^2\langle l \rangle}{2m\langle u \rangle}$ — удельная проводимость металла.

Закон Джоуля–Ленца.

К концу свободного пробега электрон под действием поля приобретает дополнительную кинетическую энергию

$$\langle E_K \rangle = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{e^2\langle l \rangle^2}{2m\langle u \rangle^2} E^2,$$

которая при соударении электрона с ионом полностью передается решетке.

Если n — концентрация электронов, то в единицу времени в единице объема происходит $n \frac{\langle u \rangle}{\langle l \rangle}$ столкновений и решетке передается энергия:

$$w = n \frac{\langle u \rangle}{\langle l \rangle} \langle E_K \rangle = \frac{ne^2\langle l \rangle}{2m\langle u \rangle} E^2 = \gamma E^2$$

Закон Видемана–Франца.

Отношение теплопроводности λ к удельной проводимости γ для всех металлов при одной и той же температуре одинаково и увеличивается пропорционально температуре

$$\frac{\lambda}{\gamma} = \beta T, \quad \text{где } \beta = 3 \left(\frac{k}{e} \right)^2$$

Трудности классической теории.

1. Температурная зависимость сопротивления: $\langle u \rangle \sim \sqrt{T}$, $R \sim 1/\gamma$, следовательно, $R \sim \sqrt{T}$, что противоречит опытным данным, согласно которым $R \sim T$.
2. Оценка среднего пробега электронов. Чтобы получить величины удельной проводимости γ , совпадающие с опытными данными, следует принимать $\langle l \rangle$ в сотни раз больше межатомных расстояний в кристалле.
3. Теплоемкость металла складывается из теплоемкости кристаллической решетки и теплоемкости электронного газа. Поэтому удельная (рассчитанная на один моль) теплоемкость металла должна быть существенно выше теплоемкости диэлектриков, у которых нет свободных электронов, что противоречит эксперименту.

Все эти трудности снимаются квантовой теорией.

случае разноименных зарядов и отталкиванию ($F > 0$) в случае одноименных зарядов. В векторной форме, сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2 :

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}$$

На заряд q_2 со стороны заряда q_1 действует сила $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.

ϵ_0 — электрическая постоянная, относящаяся к числу фундаментальных физических постоянных:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \text{ или } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}. \text{ Тогда: } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{М}}{\text{Ф}}$$

где **фарад (Ф)** — единица электрической емкости (п.21).

Если взаимодействующие заряды находятся в изотропной среде, то кулоновская сила

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}$$

где ϵ — **диэлектрическая проницаемость среды** — безразмерная величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия F между зарядами в данной среде меньше их силы взаимодействия F_0 в вакууме:

$$\epsilon = \frac{F_0}{F}$$

Диэлектрическая проницаемость вакуума $\epsilon_{\text{vac}} = 1$. Подробнее диэлектрики и их свойства будут рассмотрены ниже (п.15).

Всякое заряженное тело можно рассматривать как совокупность точечных зарядов, аналогично тому, как в механике всякое тело можно считать совокупностью материальных точек. Поэтому электростатическая сила, с которой одно заряженное тело действует на другое, равна геометрической сумме сил, приложенных ко всем точечным зарядам второго тела со стороны каждого точечного заряда первого тела.

Часто бывает значительно удобнее считать, что заряды **распределены в заряженном теле непрерывно** — вдоль некоторой линии (например, в случае заряженного тонкого стержня), поверхности (например, в случае заряженной пластины) или объема. Соответственно пользуются понятиями линейной, поверхностной и объемной плотностей зарядов.

Объемная плотность электрических зарядов $\rho = \frac{dq}{dV}$, где dq — заряд малого элемента заряженного тела объемом dV .

Поверхностная плотность электрических зарядов $\sigma = \frac{dq}{dS}$, где dq — заряд малого участка заряженной поверхности площадью dS .

Линейная плотность электрических зарядов $\tau = \frac{dq}{dl}$, где dq — заряд малого участка заряженной линии длиной dl .

3. Напряженность электростатического поля

Электростатическим полем называется поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами.

Электростатическое поле описывается двумя величинами: **потенциалом** (энергетическая скалярная характеристика поля) и **напряженностью** (силовая векторная характеристика поля).

Напряженность электростатического поля — векторная физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный заряд q_0 , помещенный в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Единица напряженности электростатического поля — ньютон на кулон (Н/Кл): 1 Н/Кл = 1 В/м, где В (вольт) — единица потенциала электростатического поля.

Напряженность поля точечного заряда в вакууме (и в диэлектрике)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad \left(\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \right)$$

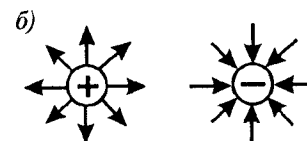
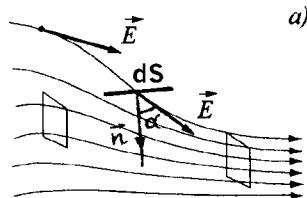
где $\vec{r}$ — радиус-вектор, соединяющий данную точку поля с зарядом q .

В скалярной форме: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad \left(E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2} \right)$

Направление вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

Если поле создается **положительным** зарядом, то вектор $\vec{E}$ направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда). Если поле создается **отрицательным**

зарядом, то вектор $\vec{E}$ направлен к заряду (притяжение).



Графически электростатическое поле изображают с помощью **линий напряженности** — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{E}$. Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так как в данной точке пространства вектор напряженности имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекаются. Для **однородного поля** (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по модулю и направлению) линии напряженности параллельны вектору напряженности.

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен, и входящие в него, если заряд отрицателен.

Электрические токи в металлах, вакууме и газах.

39. Электрические токи в металлах.

Носителями электрического тока в металле являются свободные электроны.

При образовании кристаллической решетки электроны внешних оболочек атомов (валентные электроны) обобществляются и кристалл представляет собой решетку неподвижных ионов металла, между которыми хаотически движутся свободные электроны, образуя электронный газ, обладающий свойствами идеального газа.

Согласно теории Друде–Лоренца, электроны обладают той же энергией теплового движения, что и молекулы одноатомного газа. Средняя скорость теплового движения электронов

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}}$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — **постоянная Больцмана**,

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг — масса электрона,

T — абсолютная (или термодинамическая) температура (в Кельвинах).

При комнатной температуре ($T = 300$ К) средняя скорость теплового движения электронов равна $\langle u \rangle = 1,1 \cdot 10^5$ м/с. Хаотическое тепловое движение электронов не может привести к возникновению тока.

При наложении внешнего электрического поля на металлический проводник в дополнение к хаотическому тепловому движению возникает упорядоченное движение электронов (электрический ток).

Даже при предельно допустимых значениях плотности тока, средняя скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электронов, обуславливающего электрический ток, значительно меньше их скорости теплового движения $\langle u \rangle$: $\langle v \rangle \ll \langle u \rangle$.

40. Основные законы электрического тока в классической теории электропроводности металлов.

Закон Ома.

Пусть в металлическом проводнике действует поле $E = \text{const}$. Под действием силы $F = eE$ заряд e движется равноускоренно с ускорением $a = \frac{eE}{m}$ и к концу свободного пробега приобретает скорость $v_{\text{max}} = \frac{eE\langle t \rangle}{m}$.

Среднее время свободного пробега электронов $\langle t \rangle = \frac{\langle l \rangle}{\langle v \rangle}$ определяется

средней длиной свободного пробега $\langle l \rangle$ и средней скоростью движения электронов относительно кристаллической решетки $\langle u \rangle + \langle v \rangle \cong \langle u \rangle$.

4) В случае **короткого замыкания** сопротивление внешней цепи

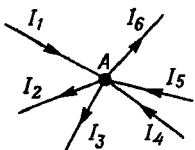
$$R_{\text{внешн}} = 0 \text{ и сила тока } I = \frac{\mathcal{E}}{r_{\text{внутр}}} \text{ в этом случае ограничивается только}$$

величиной внутреннего сопротивления источника тока.

38. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.

Узлом электрической цепи называется любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током. Ток, входящий в узел, считается положительным, а ток, выходящий из узла — отрицательным.

Первое правило Кирхгофа — алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

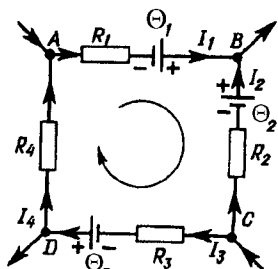


Например, для узла A на рисунке первое правило Кирхгофа:

$$\sum_k I_k = 0$$

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + I_5 - I_6 = 0$$

Второе правило Кирхгофа — в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивление R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС $\mathcal{E}_k$, встречающихся в этом контуре:



Например, для обхода по часовой стрелке замкнутого контура $ABCD A$ второе правило Кирхгофа имеет вид:

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k$$

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3$$

При расчете сложных цепей с применением правил Кирхгофа необходимо:

1. Выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, а если — отрицательным — его истинное направление противоположно выбранному.
2. Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение IR положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода. ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против — отрицательными.
3. Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, чтобы не получались уравнения, которые являются простой комбинацией уже составленных уравнений.

4. Поток вектора $\vec{E}$.

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, их проводят с определенной густотой: число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора $\vec{E}$.

Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS , равно $E \cdot dS \cos \alpha = E_n dS$, где E_n — проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$ к площадке dS . Величина

$$d\Phi_E = E_n dS = \vec{E} d\vec{S}$$

называется поток вектора напряженности через площадку dS . Здесь вектор $d\vec{S} = dS \vec{n}$ — вектор, модуль которого равен dS , а направление вектора совпадает с направлением $\vec{n}$ к площадке.

Поток вектора $\vec{E}$ сквозь произвольную замкнутую поверхность S :

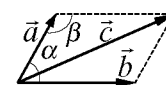
$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} d\vec{S}$$

5. Принцип суперпозиции.

К кулоновским силам применим рассмотренный в механике принцип независимости действия сил — результатирующая сила, действующая со стороны поля на пробный заряд равна векторной сумме сил, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов, создающих электростатическое поле.

Напряженность результатирующего поля, создаваемого системой зарядов, также равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

Эта формула выражает принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей. Он позволяет рассчитать электростатические поля любой системы неподвижных зарядов, представив ее в виде совокупности точечных зарядов.



Напомним правило определения величины вектора $\vec{c}$

суммы двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$|\vec{c}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta}.$$

6. Теорема Гаусса.

Вычисление напряженности поля системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции электростатических полей можно значительно упростить, используя теорему Гаусса, определяющую поток вектора напряженности электрического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность.

Рассмотрим поток вектора напряженности через сферическую поверхность радиуса r , охватывающую точечный заряд q , находящийся в ее центре

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Этот результат справедлив для любой замкнутой поверхности произвольной формы, охватывающей заряд.

Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то *поток сквозь нее равен нулю*, так как число линий напряженности, входящих в поверхность, равно числу линий напряженности, выходящих из нее.

Рассмотрим *общий случай произвольной поверхности, окружающей n зарядов*. Согласно принципу суперпозиции напряженность поля $\vec{E}$, создаваемого всеми зарядами, равна сумме напряженностей $\vec{E}_i$, создаваемых каждым зарядом в отдельности. Поэтому

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \left(\sum_{i=1}^n \vec{E}_i \right) d\vec{S} = \sum_{i=1}^n \oint_S \vec{E}_i d\vec{S} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме: *поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленных на ϵ_0 .*

Если заряд распределен в пространстве с объемной плотностью $\rho = dq/dV$, то теорема Гаусса:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

7. Циркуляция вектора напряженности.

Если в электростатическом поле точечного заряда q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории перемещается другой точечный заряд q_0 , то сила, приложенная к заряду, совершает работу. Работа силы на элементарном перемещении $d\vec{l}$ равна:

$$dA = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr$$

Работа при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2:

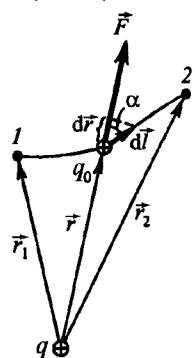
$$A_{12} = \int_1^2 dA = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right)$$

Работа A_{12} не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной и конечной точек. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является потенциальным, а электростатические силы — консервативными.

Таким образом, работа перемещения заряда в электростатическом поле по любому замкнутому контуру L равна нулю:

$$\oint_L dA = 0$$

Если переносимый заряд единичный, то элементарная работа сил поля на пути $d\vec{l}$ равна $\vec{E} d\vec{l} = E_l dl$, где $E_l = E \cos \alpha$ — проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения.



Используя дифференциальную форму закона Ома $j = \gamma E$ и определение $\rho = \frac{1}{\gamma}$, получим **закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме**:

$$w = \gamma E^2 = j E^2$$

Тепловое действие электрического тока используется в осветительных, лампах накаливания, электросварке, электронагревательных приборах и т.д.

37. Закон Ома для неоднородного участка цепи.

Рассмотрим **неоднородный** участок цепи 1—2 на котором присутствуют силы неэлектрического происхождения (*сторонние силы*).

Обозначим через: Θ_{12} — ЭДС на участке 1—2; $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ — приложенную на концах участка разность потенциалов.

Если участок цепи 1—2 **неподвижен**, то (по закону сохранения энергии) общая работа A_{12} сторонних и электростатических сил, совершаемая над носителями тока, равна теплоте Q , выделяющейся на участке.

Работа сил, совершаемая при перемещении заряда q_0 :

$$A_{12} = q_0 \Theta_{12} + q_0 \Delta\phi$$

ЭДС Θ_{12} , как и сила тока I , — величина скалярная. Если ЭДС способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении, то $\Theta_{12} > 0$, если препятствует, то $\Theta_{12} < 0$.

За время t в проводнике выделится теплота: $Q = I^2 R t = IR(I t) = IR q_0$

Отсюда следует закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме который является обобщенным законом Ома:

$$IR = \phi_1 - \phi_2 + \Theta_{12}$$

или

$$I = \frac{\phi_1 - \phi_2 + \Theta_{12}}{R}$$

Частные случаи.

1) Если на данном участке цепи источник тока **отсутствует**, то мы получаем закон Ома для однородного участка цепи:

$$I = \frac{U}{R}$$

2) Если цепь **замкнута** ($\Delta\phi = 0$), то получаем закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\Theta}{R + r_{\text{внутр}} + R_{\text{внеш}}}$$

где Θ — ЭДС, действующая в цепи,

R — суммарное сопротивление всей цепи,

$R_{\text{внеш}}$ — сопротивление внешней цепи,

$r_{\text{внутр}}$ — внутреннее сопротивление источника тока.

3) Если цепь **разомкнута**, то $I = 0$ и $\Theta_{12} = \phi_1 - \phi_2$, т.е. ЭДС, действующая в разомкнутой цепи равна разности потенциалов на ее концах.

35. Работа и мощность тока.

Рассмотрим однородный проводник с сопротивлением R к концам которого приложено напряжение U . За время dt через сечение проводника переносится заряд $dq = Idt$. Работа по перемещению заряда q_0 между двумя точками поля равна:

$$A_{12} = q_0 \Delta \varphi, \quad \text{откуда} \quad dA = U dq = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt.$$

Мощность тока:

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

Если размерности $[I] = \text{А}$, $[U] = \text{В}$, $[R] = \text{Ом}$, то $[A] = \text{Дж}$ и $[P] = \text{Вт}$.

Внесистемные единицы работы тока: ватт-час (Вт·ч) и киловатт-час (кВт·ч). 1 Вт·ч — работа тока мощностью 1 Вт в течении 1 ч: 1 Вт·ч = 3600 Вт·с = $3,6 \cdot 10^3$ Дж. Аналогично: 1 кВт·ч = 1000 Вт·ч = $3,6 \cdot 10^6$ Дж.

36. Закон Джоуля–Ленца.

Если ток проходит по неподвижному проводнику, то вся работа тока dA идет на нагревание проводника (выделение теплоты dQ).

По закону сохранения энергии: $dA = dQ$

$$dQ = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt$$

Количество теплоты Q , выделяющееся за конечный промежуток времени от 0 до t постоянным током I во всем объеме проводника, электрическое сопротивление которого равно R , получаем, интегрируя предыдущее выражение:

$$Q = \int_0^t I^2 R dt = I^2 R t$$

Закон Джоуля–Ленца (в интегральной форме): количество теплоты, выделяемое постоянным электрическим током на участке цепи, равно произведению квадрата силы тока на время его прохождения и электрическое сопротивление этого участка цепи.

Выделим в проводнике цилиндрический объем $dV = dS dL$ (ось цилиндра совпадает с направлением тока). Сопротивление этого объема $R = \rho \frac{dL}{dS}$. По

закону Джоуля–Ленца, за время dt в этом объеме выделится теплота

$$dQ = I^2 R dt = \frac{\rho dL}{dS} (j dS)^2 dt = \rho j^2 dV dt$$

Удельной тепловой мощностью тока w называется количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема:

$$w = \frac{dQ}{dV dt} = \rho j^2$$

Интеграл $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_i dl$ называется циркуляцией вектора напряженности.

Таким образом, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю (теорема о циркуляции вектора $\vec{E}$)

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_i dl = 0$$

Силовое поле, обладающее таким свойством, называется потенциальным. Эта формула справедлива только для электрического поля неподвижных зарядов (электростатического).

8. Потенциальная энергия заряда.

В потенциальном поле тела обладают потенциальной энергией и работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии.

Поэтому работу A_{12} можно представить, как разность потенциальных энергий заряда q_0 в начальной и конечной точках поля заряда q :

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_2} = U_1 - U_2$$

Потенциальная энергия заряда q_0 , находящегося в поле заряда q на расстоянии r от него равна

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r} + \text{const}$$

Считая, что при удалении заряда на бесконечность, потенциальная энергия обращается в нуль, получаем: $\text{const} = 0$.

Для одноименных зарядов потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна, для разноименных зарядов потенциальная энергия из взаимодействия (притяжения) отрицательна.

Если поле создается системой n точечных зарядов, то потенциальная энергия заряда q_0 , находящегося в этом поле, равна сумме его потенциальных энергий, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = q_0 \sum_{i=1}^n \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_i}$$

9. Потенциал электростатического поля.

Отношение $\frac{U}{q_0}$ не зависит от пробного заряда q_0 и является, энергетической характеристикой поля, называемой потенциалом:

$$\varphi = \frac{U}{q_0}$$

Потенциал φ в какой-либо точке электростатического поля есть скалярная физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Например, потенциал поля, создаваемого точечным зарядом q , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

10. Разность потенциалов

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2, может быть представлена как

$$A_{12} = U_1 - U_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0\Delta\varphi$$

т.е. равна произведению перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках.

Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0}$$

Пользуясь определением напряженности электростатического поля, можем записать работу A_{12} в виде

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \int_1^2 q_0 \vec{E} d\vec{l} = q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$$

Отсюда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E_i dl$$

где интегрирование можно производить вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения.

Если перемещать заряд q_0 из произвольной точки за пределы поля (на бесконечность), где потенциальная энергия, а значит и потенциал, равны нулю, то работа сил электростатического поля $A_\infty = q_0\varphi$, откуда

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}$$

Таким образом, еще одно определение потенциала: **потенциал** — физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки в бесконечность.

Единица потенциала – вольт (В): 1В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1Кл обладает потенциальной энергией 1Дж (1В=1Дж/1Кл).

Принцип суперпозиции потенциалов электростатических полей: Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен *алгебраической сумме* потенциалов полей всех этих зарядов.

11. Связь между напряженностью и потенциалом.

Для потенциального поля, между потенциальной (консервативной) силой и потенциальной энергией существует связь:

$$\vec{F} = -\text{grad}U = -\nabla U$$

Величина обратная удельному сопротивлению называется удельной электрической проводимостью вещества проводника:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

Единица удельной электрической проводимости — сименс на метр (См/м).

В проводнике $\frac{U}{l} = E$ — напряженность электрического поля, $R = \rho \frac{l}{S}$,

$j = \frac{I}{S}$. Из закона Ома получим соотношение: $\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}$, откуда $j = \gamma E$.

В векторной форме соотношение

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

называется **законом Ома в дифференциальной форме**. Этот закон связывает *плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в той же точке*.

33. Сопротивление соединения проводников:

1. Последовательное соединение n проводников:

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I = \text{const}, \quad U = \sum_{i=1}^n U_i$$

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

2. Параллельное соединение n проводников:

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U = \text{const}, \quad I = \sum_{i=1}^n I_i$$

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

34. Температурная зависимость сопротивления.

Опытным путем было установлено, что для большинства случаев изменение удельного сопротивления (а значит и сопротивления) с температурой описывается линейным законом:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) \quad \text{или} \quad R = R_0(1 + \alpha t)$$

где ρ и ρ_0 , R и R_0 — соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при температурах t и 0°C (шкала Цельсия), α — температурный коэффициент сопротивления.

На зависимости электрического сопротивления металлов от температуры основано действие термометров сопротивления.

Сопротивление многих металлов при очень низких температурах T_k (0,14–20 К (шкала Кельвина)) называемых критическими, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля и металл становится абсолютным проводником. Это явление называется сверхпроводимостью.

Если на заряд q_0 действуют как сторонние силы, так и силы электростатического поля, то результирующая сила

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{стор}} + \vec{F}_e = q_0(\vec{E}_{\text{стор}} + \vec{E})$$

Работа результирующей силы по перемещению заряда q_0 на участке 1—2

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} \vec{dl} + q_0 \int_1^2 \vec{E} \vec{dl} = q_0 \Theta_{12} + q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю, поэтому

$$A = q_0 \Theta.$$

Напряжением U на участке 1—2 называется физическая величина, численно равная суммарной работе совершаемой электростатическими и сторонними силами по перемещению единичного положительного заряда на данном участке цепи:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q_0} = \varphi_1 - \varphi_2 + \Theta_{12}$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: *напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов, если участок не содержит источника тока* (т.е. на участке не действует ЭДС; сторонние силы отсутствуют).

32. Закон Ома. Электрическое сопротивление.

Закон Ома для однородного участка цепи (не содержащего источника тока): *сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению на конце проводника:*

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{— интегральная форма закона Ома.}$$

Коэффициент пропорциональности R называется электрическим сопротивлением проводника.

Единица электрического сопротивления — ом (Ом): 1 Ом — сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1В течет постоянный ток 1А.

Величина $G = \frac{1}{R}$ называется электрической проводимостью проводника.

Единица электрической проводимости — сименс (См): 1 См — проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом.

Сопротивление проводника зависит от его размеров и формы, а также от материала из которого проводник изготовлен. Для *однородного линейного проводника длиной l и площадью поперечного сечения S*

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

где коэффициент пропорциональности ρ , характеризующий материал проводника, называется удельным электрическим сопротивлением.

Единица удельного электрического сопротивления — ом-метр (Ом·м).

где ∇ ("набла") — **оператор Гамильтона**: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$

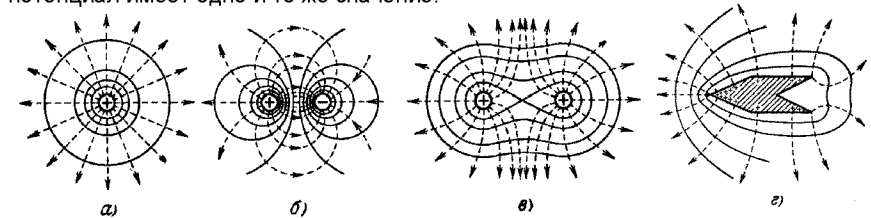
Поскольку $\vec{F} = q\vec{E}$ и $U = q\varphi$, то

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\nabla\varphi$$

Знак минус показывает, что вектор $\vec{E}$ направлен в сторону убывания потенциала.

12. Эквипотенциальные поверхности.

Для графического изображения распределения потенциала используются **эквипотенциальные поверхности** — поверхности во всех точках которых потенциал имеет одно и то же значение.



Эквипотенциальные поверхности обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше. На рисунке пунктиром изображены силовые линии, сплошными линиями — сечения эквипотенциальных поверхностей для: положительного точечного заряда (а), диполя (б), двух одноименных зарядов (в), заряженного металлического проводника сложной конфигурации (г).

Для точечного заряда потенциал $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$, поэтому эквипотенциальные

поверхности — концентрические сферы. С другой стороны, линии напряженности — радиальные прямые. Следовательно, линии напряженности перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Можно показать, что во всех случаях

- 1) вектор $\vec{E}$ перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям и
- 2) всегда направлен в сторону убывания потенциала.

13. Примеры расчета наиболее важных симметричных электростатических полей в вакууме.

1. Электростатическое поле электрического диполя в вакууме.

Электрическим диполем называется система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов $(+q, -q)$, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля ($l \ll r$).

Плечо диполя $\vec{l}$ — вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному и равный расстоянию между ними.

Электрический момент диполя $\vec{p}$ — вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя и равный произведению модуля заряда $|q|$ на плечо $\vec{l}$:

$$\vec{p} = |q|\vec{l}$$

Напряженность поля диполя на продолжении оси диполя в точке А:

$$E_A = E_+ - E_-, \quad \varphi = \varphi_+ + \varphi_-$$

Пусть r — расстояние до точки А от середины оси диполя. Тогда, учитывая что $r \gg l$,

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3}$$

$$\varphi_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r - l/2} - \frac{q}{r + l/2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^2}$$

Напряженность поля в точке В на перпендикуляре, восстановленном к оси диполя из его середины при $r' \gg l$.

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r')^2 + (l/2)^2} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r')^2}, \quad \frac{E_B}{E_+} \approx \frac{l}{r'}, \text{ поэтому}$$

$$E_B = (E_+) \frac{l}{r'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{(r')^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{(r')^3}$$

$$\varphi_B = 0$$

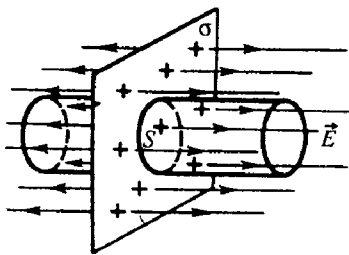
Точка В равноудалена от зарядов $+q$ и $-q$ диполя, поэтому потенциал поля в точке В равен нулю.

Вектор $\vec{E}_B$ направлен противоположно вектору $\vec{l}$.

2. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.

Бесконечная плоскость заряжена с постоянной поверхностной плотностью

$+ \sigma = \frac{dq}{dS}$. Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости



и направлены от нее в обе стороны.

В качестве Гауссовой поверхности примем поверхность цилиндра, образующие которого перпендикулярны заряженной плоскости, а основания параллельны заряженной плоскости и лежат по разные стороны от нее на одинаковых расстояниях.

Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности, то поток вектора напряженности через боковую поверхность цилиндра равен нулю, а

Для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет сил не электростатического происхождения.

Такие устройства называются источниками тока.

Силы не электростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называются сторонними.

Количественная характеристика сторонних сил — поле сторонних сил и его напряженность $\vec{E}_{\text{стор}}$, определяемая сторонней силой, действующей на единичный положительный заряд.

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе — за счет механической энергии вращения ротора генератора, в солнечных батареях — за счет энергии фотонов и т.п. Роль источника тока в электрической цепи такая же как роль насоса, который необходим для поддержания тока жидкости в гидравлической системе.

Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

31. Электродвижущая сила и напряжение.

Физическая величина, определяемая работой, которую совершают сторонние силы при перемещении единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС) действующей в цепи:

$$\Theta = \frac{A}{q_0}$$

Эта работа совершается за счет энергии, затрачиваемой в источнике тока, поэтому величину Θ , можно назвать электродвижущей силой источника тока, включенного в цепь. ЭДС, как и потенциал выражается в **вольтах**.

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называется однородным. Участок, на котором на носители тока действуют сторонние силы, называется неоднородным.

Работа сторонних сил по перемещению заряда q_0 на замкнутом участке цепи

$$A = \oint \vec{F}_{\text{стор}} \vec{dl} = q_0 \oint \vec{E}_{\text{стор}} \vec{dl}$$

Отсюда, ЭДС действующая в замкнутой цепи — это циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил:

$$\Theta = \oint \vec{E}_{\text{стор}} \vec{dl}$$

Следовательно, для поля сторонних сил циркуляция его напряженности по замкнутому контуру не равна нулю. Поэтому поле сторонних сил — непотенциально.

ЭДС, действующая на участке 1–2 цепи, равна

$$\Theta_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} \vec{dl}$$

где q — электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника.

Единица силы тока — ампер (А).

1А — сила постоянного тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 метр друг от друга, создает между этими проводниками силу равную $2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$ на каждый метр длины.

Для характеристики направления электрического тока в разных точках рассматриваемой поверхности и распределения силы тока по этой поверхности служит вектор плотности тока.

Плотностью электрического тока называется вектор $\vec{j}$, совпадающий с направлением электрического тока в рассматриваемой точке и численно равный отношению силы тока dI сквозь малый элемент поверхности, ортогональной направлению тока, к площади $dS_{\perp}$ этого элемента:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

Для постоянного тока I , текущего перпендикулярно сечению S проводника:

$$j = \frac{I}{S}$$

Если за время dt через поперечное сечение S проводника переносится заряд $dq = ne\langle v \rangle S dt$ (где n , e и $\langle v \rangle$ — концентрация, заряд и средняя скорость упорядоченного движения зарядов), то сила тока:

$$I = \frac{dq}{dt} = ne\langle v \rangle S$$

а плотность тока:

$$\vec{j} = ne\langle \vec{v} \rangle$$

Единица плотности тока — А/м².

Сила тока сквозь произвольную поверхность S определяется как поток вектора $\vec{j}$

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

где $d\vec{S} = \vec{n} dS$ ($\vec{n}$ — единичный вектор нормали (орт) к площадке dS).

30. Сторонние силы.

Для возникновения и существования электрического тока необходимо

- 1) наличие свободных носителей тока — заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно;
- 2) наличие электрического поля, энергия которого должна каким-то образом восполняться.

Если в цепи действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей таким образом, что потенциалы всех точек цепи выравниваются и электростатическое поле исчезает.

полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания $2ES$. Заряд, заключенный внутри цилиндра, равен σS . По теореме Гаусса

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}, \text{ откуда:}$$

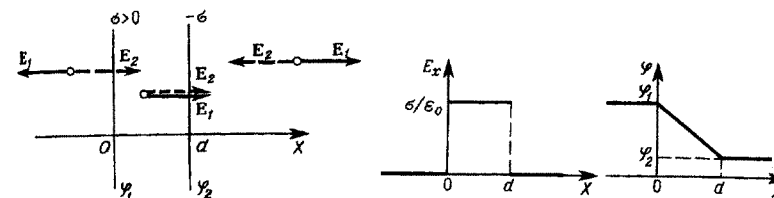
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

E не зависит от длины цилиндра, т.е. напряженность поля на любых расстояниях одинакова по модулю. Такое поле называется **однородным**.

Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1)$$

3. Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей с равными по абсолютному значению поверхностными плотностями зарядов $\sigma > 0$ и $-\sigma$.



Из предыдущего примера следует, что векторы напряженности $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ первой и второй плоскостей равны по модулю и всюду направлены перпендикулярно плоскостям. Поэтому в пространстве вне плоскостей они компенсируют друг друга, а в пространстве между плоскостями суммарная напряженность $\vec{E} = 2\vec{E}_1$. Поэтому между плоскостями

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Поле между плоскостями однородное. Разность потенциалов между плоскостями

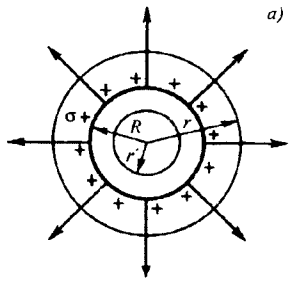
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^a E dx = \int_0^a \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = \frac{\sigma a}{\epsilon_0}$$

4. Поле равномерно заряженной сферической поверхности.

Сферическая поверхность радиуса R с общим зарядом q заряжена

равномерно с поверхностной плотностью $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$.

Поскольку система зарядов и, следовательно, само поле центрально-симметрично относительно центра сферы, то линии напряженности направлены радиально.



а) В качестве Гауссовой поверхности выберем сферу радиуса r , имеющую общий центр с заряженной сферой. Если $r > R$, то внутрь поверхности попадает весь заряд q . По теореме Гаусса

$$4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad \text{откуда}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}, \quad (r \geq R)$$

При $r \leq R$ замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, поэтому внутри равномерно заряженной сферы $E = 0$.

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы ($r_1 > R, r_2 > R$), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Если принять $r_1 = r$ и $r_2 = \infty$, то потенциал

$$\text{поля вне сферической поверхности } \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

Вне заряженной сферы поле такое же как поле точечного заряда q , находящегося в центре сферы. Внутри заряженной сферы поля нет, поэтому потенциал всюду одинаков и такой же, как на поверхности

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0}$$

5. Поле объемно заряженного шара.

Заряд q равномерно распределен в вакууме по объему шара радиуса R с объемной плотностью

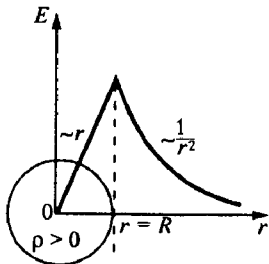
$$\rho = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}. \quad \text{Центр шара является центром}$$

симметрии поля.

1) Для поля вне шара ($r > R$) получаем тот же результат, что и в случае сферической поверхности

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$2) \text{ При } r = R: \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} = \frac{\rho R}{3\epsilon_0}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0}$$



Интегрирование проводится по всем заряженным поверхностям S и по всему заряженному объему V тел системы.

На примере поля плоского конденсатора выразим энергию через его напряженность. Для конденсатора $C = \epsilon\epsilon_0 S/d$ и $\Delta\varphi = Ed$. Отсюда

$$W = \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2 Sd = \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2 V$$

В однородном поле конденсатора его энергия распределена равномерно по всему объему поля $V = Sd$.

Объемная плотность энергии электростатического поля плоского конденсатора w :

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} ED$$

где $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$ — электрическое смещение.

Эта формула является отражением того факта, что электростатическая энергия сосредоточена в электростатическом поле. Это выражение справедливо также и для неоднородных полей.

28. Пондеромоторная сила.

Сила с которой пластины конденсатора притягивают друг друга. Она совершает работу за счет уменьшения потенциальной энергии системы

$$F = - \frac{dW}{dx} = - \frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S}$$

где знак минус указывает на то, что эта сила является силой притяжения.

Постоянный электрический ток

29. Постоянный электрический ток, сила и плотность тока.

Электродинамика — раздел учения об электричестве, в котором рассматриваются явления и процессы, обусловленные движением электрических зарядов.

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов.

За направление тока принимают направление движения положительных зарядов.

Количественной мерой электрического тока служит сила тока I — скалярная физическая величина, равная отношению заряда dq , переносимого сквозь рассматриваемую поверхность за малый промежуток времени, к величине dt этого промежутка:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Электрический ток называется постоянным, если сила тока и его направление не изменяются с течением времени.

$$\text{Для постоянного тока:} \quad I = \frac{q}{t}$$

Поэтому $W = q_1\varphi_{12} = q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21})$. Добавляя последовательно по одному заряду, получим, что энергия взаимодействия системы n неподвижных точечных зарядов равна

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i$$

где φ_i — потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд q_i , всеми зарядами, кроме i -го.

25. Энергия заряженного уединенного проводника.

Рассмотрим уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого равны q, C, φ . Элементарная работа dA , совершаемая внешними силами по преодолению кулоновских сил отталкивания при перенесении заряда dq из бесконечности на проводник, равна $dA = \varphi dq = C\varphi d\varphi$. Чтобы зарядить проводник от нулевого потенциала до φ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}$$

Энергия заряженного уединенного проводника:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}$$

26. Энергия заряженного конденсатора.

Элементарная работа внешних сил по перенесению малого заряда dq с обкладки 2 конденсатора на обкладку 1:

$$dA = \Delta\varphi dq = \frac{q dq}{C}.$$

Работа внешних сил при увеличении заряда конденсатора от 0 до q

$$A = \int_0^q \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C}$$

Электрическая энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2}$$

27. Энергия электростатического поля.

В общем случае электрическую энергию любой системы заряженных неподвижных тел — проводников и непроводников — можно найти по формуле:

$$W = \frac{1}{2} \int_S \varphi \sigma dS + \frac{1}{2} \int_V \varphi \rho dV$$

где σ и ρ — поверхностная и объемная плотности свободных зарядов; φ — потенциал результирующего поля всех свободных и связанных зарядов в точках малых элементов dS и dV заряженных поверхностей и объемов.

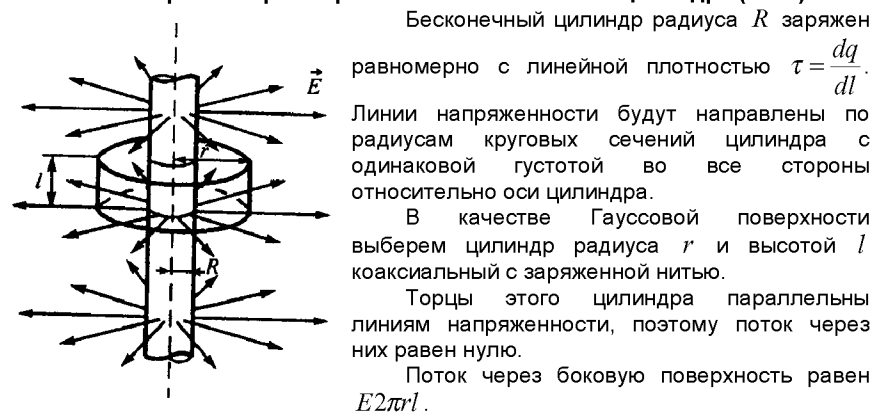
3) Внутри шара сфера радиусом $r < R$ охватывает заряд $q = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$.

По теореме Гаусса
$$4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{4\pi r^3 \rho}{3\epsilon_0}$$

Отсюда, для точек, лежащих внутри шара ($r_1 < R, r_2 < R$), с учетом $\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$,

$$E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (r_2^2 - r_1^2)$$

6. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити).



Бесконечный цилиндр радиуса R заряжен

равномерно с линейной плотностью $\tau = \frac{dq}{dl}$.

Линии напряженности будут направлены по радиусам круговых сечений цилиндра с одинаковой густотой во все стороны относительно оси цилиндра.

В качестве Гауссовой поверхности выберем цилиндр радиуса r и высотой l коаксиальный с заряженной нитью.

Торцы этого цилиндра параллельны линиям напряженности, поэтому поток через них равен нулю.

Поток через боковую поверхность равен $E2\pi r l$.

По теореме Гаусса (при $r > R$) $2\pi r l E = \frac{\tau l}{\epsilon_0}$, откуда при $r_1 > R, r_2 > R$:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r}, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Если $r < R$, то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому $E = 0$.

14. Электростатическое поле в диэлектрической среде

Диэлектриками называются вещества, которые при обычных условиях практически не проводят электрический ток.

Диэлектрик, как и всякое другое вещество, состоит из атомов или молекул, каждая из которых в целом электрически нейтральна.

Если заменить положительные заряды ядер молекул суммарным зарядом $+q$, находящимся в, так сказать, "центре тяжести" положительных зарядов, а заряд всех электронов — суммарным отрицательным зарядом $-q$, находящимся в "центре тяжести" отрицательных зарядов, то молекулы можно рассматривать как *электрические диполи с электрическим моментом*.

Различают три типа диэлектриков.

1) **Диэлектрики с неполярными молекулами**, симметричные молекулы которых в отсутствие внешнего поля имеют нулевой дипольный момент (например, N_2 , H_2 , O_2 , CO_2).

2) **Диэлектрики с полярными молекулами**, молекулы которых вследствие асимметрии имеют ненулевой дипольный момент (например, H_2O , NH_3 , SO_2 , CO).

3) **Ионные диэлектрики** (например $NaCl$, KCl). Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков.

Внесение диэлектриков во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического момента диэлектрика.

Поляризацией диэлектрика называется процесс ориентации диполей или появления под воздействием электрического поля ориентированных по полю диполей.

Соответственно трем видам диэлектриков различают три вида поляризации.

1) **Электронная, или деформационная, поляризация** диэлектрика с неполярными молекулами — за счет деформации электронных орбит возникает индуцированный дипольный момент у атомов или молекул диэлектрика.

2) **Ориентационная, или дипольная, поляризация** диэлектрика с полярными молекулами — ориентация имеющихся дипольных моментов молекул по полю (эта ориентация тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и чем ниже температура).

3) **Ионная поляризация** диэлектрика с ионными кристаллическими решетками — смещение подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных ионов против поля приводит к возникновению дипольных моментов.

15. Поляризованность.

Поместим пластину из однородного диэлектрика во внешнее электрическое поле созданное двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями.

Во внешнем электрическом поле диэлектрик объемом V поляризуется, т.е. приобретает дипольный момент $\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_i$, где $\vec{p}_i$ — дипольный момент

одной молекулы.

Для количественного описания поляризации диэлектрика используется векторная величина — поляризованность — которая определяется как дипольный момент единицы объема диэлектрика.

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}$$

1. Емкость плоского конденсатора (две параллельные металлические пластины площадью S каждая, расположенные на расстоянии d друг от друга ($\sigma = \frac{q}{S}$)):
$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{\frac{\sigma d}{\epsilon_0 \epsilon}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$$

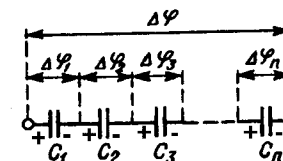
2. Емкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l с радиусами r_1 и r_2 ($\tau = q/l$)):
$$C = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon l} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

3. Емкость сферического конденсатора (две концентрических сферы с радиусами r_1 и r_2):
$$C = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

23. Соединения конденсаторов.

У параллельно соединенных конденсаторов $C_1, C_2, \dots, C_n$ разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова $\Delta\varphi$. Полная емкость

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \Delta\varphi}{\Delta\varphi} = \sum_{i=1}^n C_i$$



У последовательно соединенных конденсаторов $C_1, C_2, \dots, C_n$ заряды q всех обкладок равны по модулю, а суммарная разность потенциалов

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i = \sum_{i=1}^n \frac{q}{C_i} = \frac{q}{C}$$

откуда

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

24. Энергия системы неподвижных точечных зарядов.

Для системы двух зарядов q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга, каждый из них в поле другого обладает потенциальной энергией

$$W_1 = q_1 \varphi_{12} = q_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r} = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r} = q_2 \varphi_{21} = W_2$$

$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$, где σ — поверхностная плотность зарядов, и ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

Нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, *разрывает* часть линий напряженности; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных.

Индукцированные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется электростатической индукцией.

21. Электроемкость.

Рассмотрим уединенный проводник — проводник, удаленный от других тел и зарядов. Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, имеют разные потенциалы.

Физическая величина C , равная отношению заряда проводника q к его потенциалу ϕ , называется электрической емкостью этого проводника.

$$C = \frac{q}{\phi}$$

Электроемкость уединенного проводника численно равна заряду, который нужно сообщить этому проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу.

Она зависит от формы и размеров проводника и от диэлектрических свойств окружающей среды. Емкости геометрически подобных проводников пропорциональны их линейным размерам.

Пример: емкость уединенного проводящего шара: $C = \frac{q}{\phi} = 4\pi\epsilon_0 R$

Единица электроемкости — фарад (Ф): 1Ф — емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1В при сообщении ему заряда 1Кл. Емкостью 1Ф обладает шар с радиусом $R = 9 \cdot 10^6$ км. Емкость Земли 0,7мФ.

22. Конденсаторы.

Если к проводнику с зарядом q приблизить другие тела, то на их поверхности возникнут индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды. Эти заряды *ослабляют* поле, создаваемое зарядом q , тем самым, *понижая потенциал* проводника и *повышая его электроемкость*.

Конденсатор — это система из двух проводников (обкладок) с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между обкладками.

Емкость конденсатора — физическая величина, равная отношению заряда q , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов $\phi_1 - \phi_2$ между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\Delta\phi}$$

В случае изотропного диэлектрика поляризованность (для большинства диэлектриков за исключением сегнетоэлектриков) линейно зависит от напряженности внешнего поля.

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$$

где χ — **диэлектрическая восприимчивость вещества**, характеризующая свойства диэлектрика (положительная безразмерная величина).

16. Диэлектрическая проницаемость среды.

Вследствие поляризации на поверхности диэлектрика появляются нескомпенсированные заряды, которые называются **связанными** (в отличие от **свободных** зарядов, которые создают внешнее поле).

Поле $\vec{E}'$ внутри диэлектрика, создаваемое связанными зарядами, направлено против внешнего поля $\vec{E}_0$, создаваемого свободными зарядами. Результирующее поле внутри диэлектрика $E = E_0 - E'$

В нашем примере поле, создаваемое двумя бесконечно заряженными плоскостями с поверхностной плотностью зарядов σ' : $E' = \sigma' / \epsilon_0$. Поэтому

$$E = E_0 - \sigma' / \epsilon_0$$

Полный дипольный момент диэлектрической пластинки с толщиной d и площадью грани S : $p_V = PV = PSd$, с другой стороны $p_V = qd = \sigma' Sd$. Отсюда $\sigma' = P$.

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0} = E_0 - \frac{\chi \epsilon_0 E}{\epsilon_0} = E_0 - \chi E.$$

Откуда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика равна:

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\epsilon}$$

Безразмерная величина $\epsilon = 1 + \chi = \frac{E_0}{E}$ называется **диэлектрической проницаемостью среды**. Она характеризует способность диэлектриков поляризоваться в электрическом поле и показывает во сколько раз поле ослабляется диэлектриком.

17. Электрическое смещение.

Напряженность электростатического поля зависит от свойств среды (от ϵ). Кроме того, вектор напряженности $\vec{E}$, переходя через границу диэлектриков, претерпевает *скачкообразное изменение*, поэтому для описания (непрерывного) электрического поля системы зарядов с учетом поляризационных свойств диэлектриков вводится вектор электрического

смещения (электрической индукции), который для изотропной среды записывается как

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Единица электрического смещения — Кл/м².

Вектор $\vec{D}$ описывает электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами (т.е. в вакууме), но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

Аналогично линиям напряженности, можно ввести линии электрического смещения. Через области поля, где находятся связанные заряды, линии вектора $\vec{D}$ проходят не прерываясь.

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора $\vec{D}$ сквозь эту поверхность

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS,$$

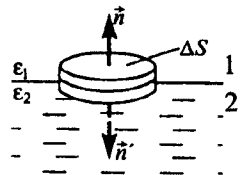
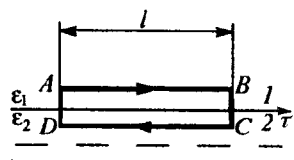
где D_n — проекция вектора $\vec{D}$ на нормаль $\vec{n}$ к площадке dS .

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике: поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов.

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i$$

18. Условия на границе раздела двух диэлектрических сред

При отсутствии на границе двух диэлектриков свободных зарядов, циркуляция вектора $\vec{E}$ по контуру: $\oint_{ABCD} \vec{E} d\vec{l} = 0$, откуда $E_{\tau 1} l - E_{\tau 2} l = 0$. Поэтому:



По теореме Гаусса поток вектора $\vec{D}$ через цилиндр ничтожно малой высоты равен нулю (нет свободных зарядов) $D_n \Delta S - D_n \Delta S = 0$, поэтому

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$$

Учитывая $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$,

$$\frac{D_{\tau 1}}{D_{\tau 2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

$$D_{n1} = D_{n2}$$

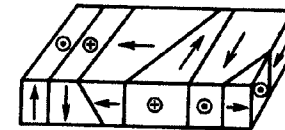
$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

Таким образом, при переходе через границу раздела двух диэлектрических сред тангенциальная составляющая вектора $\vec{E}$ (E_{τ}) и нормальная составляющая вектора $\vec{D}$ (D_n) изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а нормальная составляющая вектора $\vec{E}$ (E_n) и тангенциальная составляющая вектора $\vec{D}$ (D_{τ}) претерпевают скачок.

19. Сегнетоэлектрики.

Кристаллические диэлектрики, у которых в отсутствие внешнего электрического поля возникает самопроизвольная ориентация дипольных электрических моментов составляющих его частиц.

Примеры: сегнетова соль $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$; титанат бария BaTiO_3



Сегнетоэлектрики состоят из доменов — областей с различными направлениями поляризованности.

Температура, выше которой исчезают сегнетоэлектрические свойства — точка Кюри.

Для сегнетоэлектриков связь между векторами $\vec{E}$ и $\vec{P}$ нелинейная и наблюдается явление диэлектрического гистерезиса — сохранения остаточной поляризованности при снятии внешнего поля.

Пьезоэлектрики — кристаллические диэлектрики, в которых при сжатии или растяжении возникает электрическая поляризация — прямой пьезоэффект.

Обратный пьезоэффект — появление механической деформации под действием электрического поля.

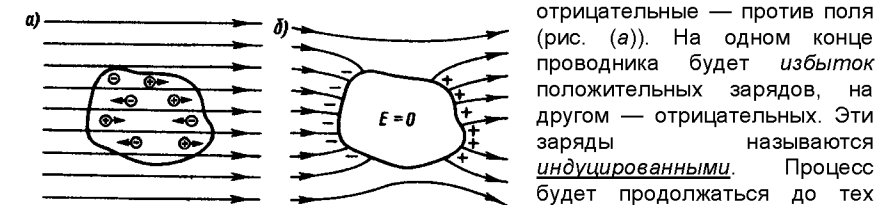
20. Проводники в электростатическом поле.

Если поместить проводник во внешнее электростатическое поле или его зарядить, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль $\vec{E} = 0$.

Иначе, если бы поле не было равно нулю, то в проводнике возникло бы упорядоченное движение зарядов без затраты энергии от внешнего источника, что противоречит закону сохранения энергии.

Следствия этого:

- потенциал во всех точках проводника одинаков;
- поверхность проводника является эквипотенциальной;
- вектор $\vec{E}$ направлен по нормали к каждой точке поверхности;
- При помещении нейтрального проводника во внешнее поле свободные заряды (электроны и ионы) начнут перемещаться: положительные — по полю, а отрицательные — против поля (рис. (а)). На одном конце проводника будет избыток положительных зарядов, на другом — отрицательных. Эти заряды называются индуцированными. Процесс будет продолжаться до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника — перпендикулярными его поверхности (рис. (б)).



если проводнику сообщить некоторый заряд q , то нескомпенсированные заряды располагаются только на поверхности проводника, причем $D = \sigma$ и