

Темы: закон сохранения энергии, закон сохранения импульса, «быстрые» процессы и соударения.

При изучении эволюции механических систем во многих случаях удобно вместо решения уравнений движения использовать законы сохранения, связывающие значения скоростей и координат тел в различные моменты времени. В школьных задачах обычно используют закон сохранения полной механической энергии:

Если в механической системе отсутствуют диссипативные силы, то полная механическая энергия сохраняется в процессе движения: $(E_K + U)|_{t=t_1} = (E_K + U)|_{t=t_2}$

(этот закон обсуждался в материалах к заданиям 13 и 14) и закон сохранения импульса:

Полный импульс замкнутой механической системы остается неизменным в процессе движения: $\vec{p}|_{t=t_2} = \vec{p}|_{t=t_1}$.

Отметим, что замкнутой механической системой называется в том случае, когда сумма внешних сил, действующих на входящие в нее тела, равна нулю. С учетом этого легко связать этот закон с третьим законом Ньютона. В самом деле, изменение импульса тела можно связать с «импульсом силы»: $\Delta\vec{p} = m \cdot \Delta\vec{v} = \vec{F} \cdot \Delta t$, поэтому изменение полного импульса для простейшей замкнутой системы, состоящей из двух взаимодействующих материальных точек $\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12}) \cdot \Delta t = 0$, именно в соответствии с третьим законом. Аналогично и для замкнутой системы из большего числа тел изменение импульса определяется суммой всех внутренних сил, которую можно разбить на пары сил, с которыми тела действуют друг на друга, и поэтому изменение полного импульса будет равно нулю. Следует отметить, что встречаются ситуации, когда система является замкнутой только в проекции на какое-либо направление – например, если равна нулю только x -проекция суммы внешних сил. Тогда сохраняется только соответствующая проекция полного импульса.

Наконец, закон сохранения импульса может быть применен для незамкнутых систем при описании «быстрых» процессов. В этом случае, если за малое время (такое, что импульс внешних сил много меньше импульсов тел системы) импульс тел системы изменяется значительно, то это означает, что внутренние силы много больше внешних. В пределе «мгновенного» изменения внутренние силы становятся бесконечно большими, и тогда действием внешних сил за время процесса можно пренебречь, и рассматривать систему как замкнутую.

Законы сохранения особенно удобно применять в задачах, в которых не нужно находить законы движения тел, а требуется найти связь между скоростями тел до и после некоторых процессов, в которых они быстро изменяются. Это в первую очередь задачи о *соударениях* тел. Так мы будем называть задачи о взаимодействии тел при столкновениях, происходящих за очень малое время, позволяющее пренебрегать влиянием всех сил, кроме сил реакции между телами, участвующими в столкновениях. Приведем стандартную классификацию соударений. Обычно их разделяют на:

упругие и неупругие соударения – по отношению к закону сохранения механической энергии. Упругие соударения – такие, в которых потери механической энергии пренебрежимо малы (идеализированные соударения, в которых такие потери отсутствуют полностью, называют *абсолютно упругими*). Если потери механической энергии есть, то соударения называют неупругими. *Абсолютно неупругими* называют столкновения, в которых потери механической энергии – *максимально возможные* для данных сталкивающихся тел. При абсолютно неупругом соударении относительное движение тел прекращается – например, тела «слипаются» и движутся вместе после соударения.

центральные и нецентральные соударения – по положению соударяющихся тел по отношению к *линии удара* (так называют линию действия сил реакции, возникающих при соударении; для гладких тел ее можно построить как прямую, проходящую через точку

касания соударяющихся тел и перпендикулярную плоскости соприкосновения). Центральным называют соударение, при котором линия удара проходит через центры масс тел.

лобовые и нелобовые (косые) соударения – по ориентации направления движения тел по отношению к линии удара. Лобовым называют соударения, в которых тела до и после соударения движутся поступательно вдоль линии удара. В системе отсчета, связанной с одним из сталкивающихся тел («мишенью»), можно ввести специальную величину, характеризующую отклонение столкновения от лобового – *прицельный параметр*. Так называют расстояние между линией движения налетающего тела и параллельной ей линией движения, которая соответствовала бы лобовому соударению.

Самые простые соударения – упругие центральные лобовые. Например, упругое центральное лобовое соударение двух тел, одно из которых (массой M) до удара покоилось, а другое (массой m) налетало на него по линии удара со скоростью v_0 , можно проанализировать в общем виде. Из законов сохранения энергии и импульса (второй закон записывается в проекции на линию удара) можно найти конечные скорости тел:

$$\left\{ \begin{array}{l} mv_0 = mv + MV \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = \frac{m - M}{m + M} v_0 \\ V = \frac{2m}{m + M} v_0 \end{array} \right. .$$

Соударения других классов – более сложные. Например, после нецентральных соударений тела, изначально двигавшиеся поступательно, начинают вращаться, если нет внешней причины, препятствующей их вращению. Это связано с тем, что при нецентральных силы реакции имеют ненулевой момент относительно центров масс тел, и поэтому изменяют их угловые скорости вращения. Отметим важную роль условия гладкости тел при анализе центральности соударения. При соударениях шероховатых тел полная сила их взаимодействия состоит из силы нормальной реакции и силы трения. Поэтому линия действия сил не перпендикулярна плоскости соприкосновения. Например, соударение гладких однородных шаров всегда является центральным, и поэтому они сохраняют поступательный характер движения при соударении. Соударения же шероховатых однородных шаров чаще всего являются нецентральными, и они начинают вращаться после соударения.

С законом сохранения импульса связано возникновение одного класса сил, которые встречаются в олимпиадных задачах. Это – *реактивные силы* (силы «отдачи»), то есть силы, с которыми выбрасываемые тела («топливо») действуют на выбрасывающее их тело («ракету»). В каждом конкретном случае могут иметь разную природу, но их всегда можно вычислить, исходя из закона сохранения импульса: если за время Δt выбрасывается масса топлива, равная Δm со скоростью истечения u (относительно ракеты), то

$$m \cdot \vec{v} = (m - \Delta m) \cdot (\vec{v} + \Delta \vec{v}) + \Delta m \cdot (\vec{v} + \vec{u}) \Rightarrow m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = - \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot \vec{u} \equiv \vec{F}_p .$$