

Подготовка к олимпиадам МГУ по физике

Теоретический обзор к занятию 3.

Темы: силы, моменты сил, равновесие твердого тела.

Основные понятия:

Взаимодействие – способность тел, благодаря которой их состояние движения может изменяться.

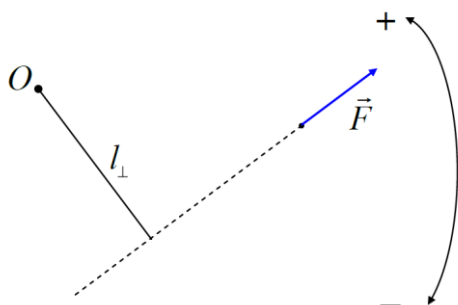
Сила – количественная характеристика взаимодействия тел; векторная величина, описывающая интенсивность и направление воздействия.

Определения:

Плечо силы $l_{\perp}$ – расстояние от оси вращения до линии действия силы.

Момент силы – произведение величины силы на ее плечо, взятое со знаком $+$ ($-$), если сила вращает тело вокруг оси в положительном (отрицательном) направлении:

$$M = \pm |\vec{F}| \cdot l_{\perp}$$



Нахождение тела в покое (в *состоянии механического равновесия*) с необходимостью требует, чтобы влияние на него всех внешних воздействий было скомпенсировано. Поэтому необходимые условия равновесия тела в инерциальной системе отсчета имеют вид:

(1) центр масс тела покоится только в том случае, если сумма внешних сил, действующих на тело, равна нулю: $\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = 0$;

(2) вращательное движение тела отсутствует только в том случае, если сумма моментов внешних сил равна нулю: $\sum M_{\text{внеш}} = 0$.

Отметим, что в последнем соотношении момент силы определен как алгебраическая величина, в соответствии с приведенным выше обычным «школьным» определением.

*Примечание: На самом деле такое определение применимо для анализа задач, в которых линии действия всех сил лежат в параллельных плоскостях, перпендикулярных оси вращения, или – как частный случай – вообще лежат в одной плоскости (в школьных задачах почти всегда рассматриваются именно такие случаи).

Для правильного составления уравнений равновесия важно четко уметь определять для каждой из сил, действующих на тело, три ее характеристики: величину, направление и точку приложения. Величина и направление равнодействующей нескольких сил определяется векторной суммой этих сил, а точка приложения равнодействующей определяется из условия, чтобы ее момент равнялся сумме моментов этих сил.

Приведем некоторые примеры перечисления характеристик сил, особенно часто встречающихся в задачах статики:

Сила тяжести (тяготения) – появляется вследствие гравитационного взаимодействия, в котором участвуют все материальные тела. В «традиционной» форме закон всемирного тяготения: «Все тела притягивают друг друга с силой, пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними» он применим к

материальным точкам: $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$, или $\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^3} \cdot \vec{r}_{12}$

Сила гравитационного притяжения протяженных тел определяется как сумма сил притяжений пар материальных точек, из которых они состоят.

Вблизи поверхности тела больших размеров (например, Земли) поле сил тяжести можно считать однородным и вычислять силу тяжести по формуле $\vec{F} = m \vec{g}$, где направление вектора ускорения свободного падения – это направление вертикали. Точкой приложения

силы тяжести в этом случае является центр масс тела. При нахождении центра масс тела следует учитывать, что:

- центр масс материальной точки – сама материальная точка;
- если однородное тело обладает плоскостью (осью, центром) симметрии, что центр масс лежит в этой плоскости (на этой оси, совпадает с этим центром);
- координаты центра масс системы N тел определяются по формуле:

$$\vec{r}_{цм} \equiv \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N} \quad (\text{здесь } m_i \text{ и } \vec{r}_i - \text{масса и координата центра масс } i\text{-го тела}).$$

Сила упругости – противодействует деформации упругих тел (т.е. всегда направлена против нее). При малых деформациях сила упругости пропорциональна величине деформаций x : $F = -kx$. Коэффициент жесткости k для упругого тела постоянного сечения

пропорционален величине сечения и обратно пропорционален длине тела: $k = E \cdot \frac{S}{l}$ (здесь E – модуль Юнга, являющийся характеристикой вещества тела).

Силы инерции – **фиктивные** силы, которые вводятся в **неинерциальных системах отсчета** для правильного описания движения тел. Например, в равноускоренной системе отсчета сила инерции $\vec{F}_u = -m\vec{a}_0$, где $\vec{a}_0 = const$ – ускорение системы отсчета. Эта сила приложена к центру масс тела.

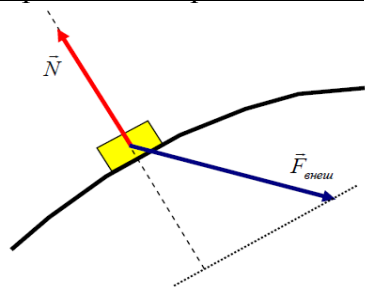
В равномерно вращающейся с угловой скоростью ω системе отсчета для материальной точки, находящейся на постоянном расстоянии r от оси вращения, следует ввести центробежную (т.е. направленную от оси) силу $F_{цб} = m\omega^2 r = m \frac{v^2}{r}$.

Электрические и магнитные силы – возникают благодаря электромагнитному взаимодействию. Например: два заряженных тела в вакууме взаимодействуют друг с другом по закону Кулона: $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$. (знак «+» соответствует притяжению, «-» -

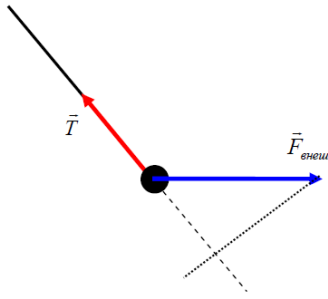
отталкиванию). На заряженные тела в электрическом поле с напряженностью $\vec{E}$ действует сила $\vec{F} = q\vec{E}$, а в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ – сила Лоренца $\vec{F}_L = q[\vec{v}\vec{B}]$, $|\vec{F}_L| = qvB\sin\alpha$. Сила Лоренца, действующая на движущиеся носители заряда, является причиной появления силы Ампера, действующей на отрезок проводника с током в магнитном поле $\vec{F}_A = I[\vec{l}\vec{B}]$.

Особую роль в задачах статики играют **силы реакции**. Их отличительная черта состоит в том, что их величина, направление и точка приложения могут изменяться при изменении прочих сил, действующих на тело. Обычно именно эти силы обеспечивают равновесие, то есть их характеристики в данных условиях определяются именно из уравнений (1,2). Если характеристики сил реакции не могут принять значения, определяемые условиями равновесия, то равновесие нарушается – тело приходит в движение. Силы реакции обычно имеют электромагнитную природу – это равнодействующие сил межмолекулярных взаимодействий. В школьных задачах возникают следующие силы реакции:

Силы реакции опор и подвесов:



Сила *нормальной реакции* твердой опоры $\vec{N}$ направлена «наружу» перпендикулярно поверхности опоры, в точности уравнивая перпендикулярную опоре составляющую внешней силы. Сила реакции обращается в ноль при отрыве тела от опоры.



Сила натяжения нерастяжимого подвеса $\vec{T}$ направлена по линии подвеса, в точности уравнивая продольную (растягивающую подвес) составляющую внешней силы. Сила натяжения обращается в ноль при провисании подвеса.

Сила трения – сила, противодействующая относительному движению соприкасающихся поверхностей тел. Эта сила возникает как благодаря механическому «зацеплению» мелких неровностей трущихся поверхностей, так и благодаря действию сил притяжения между молекулами тел («сил молекулярного сцепления»). Конечно, на самом деле между прижатыми телами возникает единая сила взаимодействия, которую при описании результатов этого взаимодействия оказалось удобно разделять на нормальную ($\vec{N}$) и касательную ($\vec{F}_{тр}$) по отношению к поверхности соприкосновения компоненты.

Для *сухого трения* различают случаи трения покоя и трения скольжения: тело покоится, пока сила трения в точности уравнивает составляющую внешней силы вдоль трущихся поверхностей. При этом величина силы трения не превосходит некоторого максимального значения, которое зависит от величины силы нормальной реакции поверхности: $\vec{F}_{тр} = -\vec{F}_{||}$, $|\vec{F}_{тр}| \leq F_{\max} = \mu N$ (μ – коэффициент трения). Когда внешняя сила превосходит это максимальное значение, тело начинает скользить.