

## 4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

### 4.1. Магнитное поле

**Магнитное поле** – материя, связанная с движущимися зарядами (токами) и обнаруживающая себя по действию на движущиеся заряды, помещенные в это поле (рис 4.1).

Магнитное поле – это изменения в свойствах среды при внесении в неё движущегося заряда.

Магнитное поле проявляется как релятивистский эффект при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую.

**4.1.1. Магнитный момент  $P_m$  контура с током:**

$$P_m = IS \text{ или } \vec{P}_m = IS\vec{n},$$

где  $I$  – величина тока;  $S$  – площадь контура;  $\vec{n}$  – нормаль. Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали (рис 4.2).

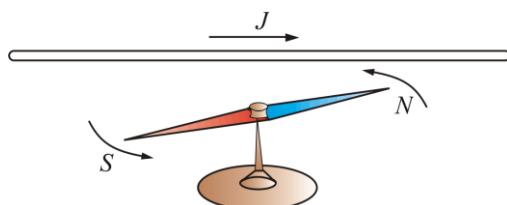


Рис. 4.1

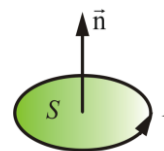


Рис. 4.2

**4.1.2. Момент силы (механический момент), вращающий рамку с током в магнитном поле:**

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}] \text{ или } M = P_m B \sin \alpha = ISB \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между нормалью  $\vec{n}$  к плоскости контура и вектора  $\vec{B}$ .

**4.1.3. Магнитная индукция** –  $\vec{B}$  векторная величина, являющаяся силовой характеристикой магнитного поля в данной точке пространства. Показывает, с какой силой  $\vec{F}$  магнитное поле действует на заряд  $\vec{q}$ , движущийся со скоростью  $\vec{v}$ .

*Магнитная индукция* определяется как отношение момента силы к магнитному моменту  $M/P_m$  для данной точки магнитного поля:

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}.$$

Физический смысл вектора  $\vec{B}$  состоит в том, что это максимальный вращающийся момент, действующий на рамку с током, помещённую в магнитное поле при единичном магнитном моменте  $P_m = 1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ .

**4.1.4. Потенциальная (механическая) энергия контура с током в магнитном поле:**

$$E_{\text{п, мех}} = \vec{P}_m \vec{B} = P_m B \cos \alpha.$$

**4.1.5. Принцип суперпозиции магнитных полей:** магнитное поле  $\vec{B}$ , порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), равно векторной сумме полей  $\vec{B}_i$ , порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности (рис 4.3):

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i.$$

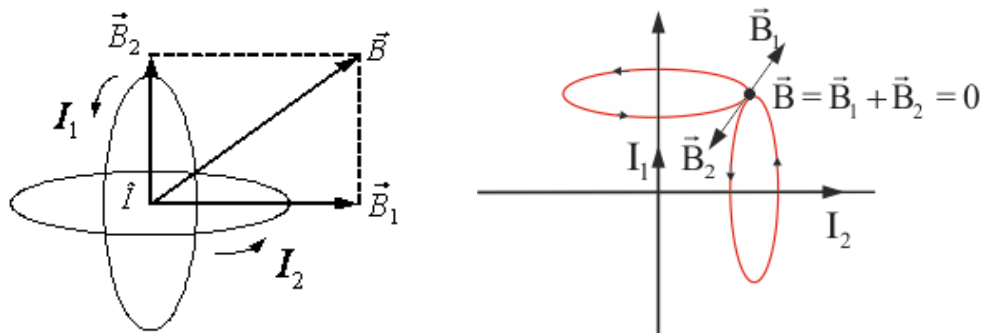


Рис. 4.3

**4.1.6. Модуль магнитной индукции при сложении двух полей:**

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}.$$

**4.1.7. Закон Био – Савара – Лапласа:** элемент тока длины  $dl$  (рис 4.4) создает поле с магнитной индукцией:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin \alpha,$$

где  $d\vec{l}$  – вектор, совпадающий с элементарным участком тока;  $\vec{r}$  – радиус вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой определяем  $d\vec{B}$ ;  $I$  – ток;  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.

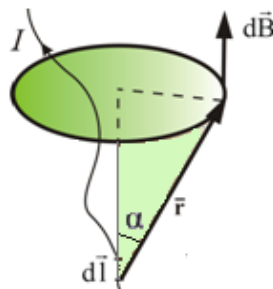


Рис. 4.4

**4.1.8. Правило буравчика** показывает связь направления  $d\vec{B}$  с направлением  $d\vec{I}$ : вращение головки винта дает направление  $d\vec{B}$ , поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе (рис 4.5). То же самое дает правило правой руки (рис.4.6).

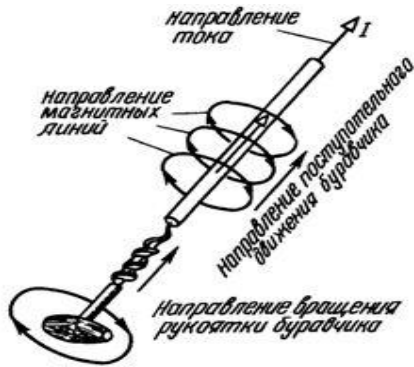


Рис. 4.5

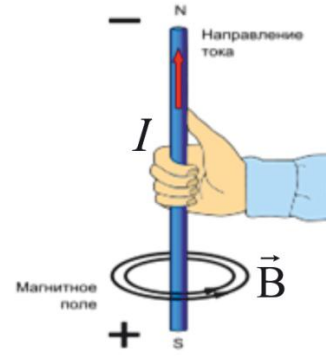


Рис. 4.6

**4.1.9. Индукция магнитного поля движущегося заряда  $q$**  (рис. 4.7):

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin(\vec{v}, \vec{r})}{r^2}.$$

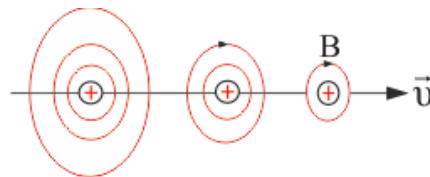


Рис. 4.7

**4.1.10. Магнитная индукция** конечного проводника с током  $I$  на расстоянии  $b$  (рис. 4.8):

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы относительно проводника, под которыми видны его концы из точки, в которой определяется поле.

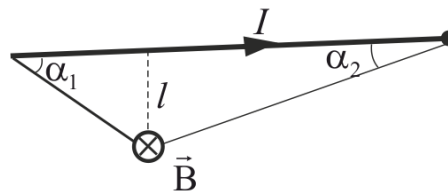


Рис. 4.8

**4.1.11. Магнитная индукция** бесконечно длинного проводника с током  $I$ :

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}.$$

**4.1.12. Магнитная индукция** в центре кругового тока:

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R},$$

где  $R$  – радиус окружности.

**4.1.13. Магнитная индукция** кругового тока на расстоянии  $x$  от центра (рис 4.9):

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{\parallel} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}; \quad B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{x^3}.$$

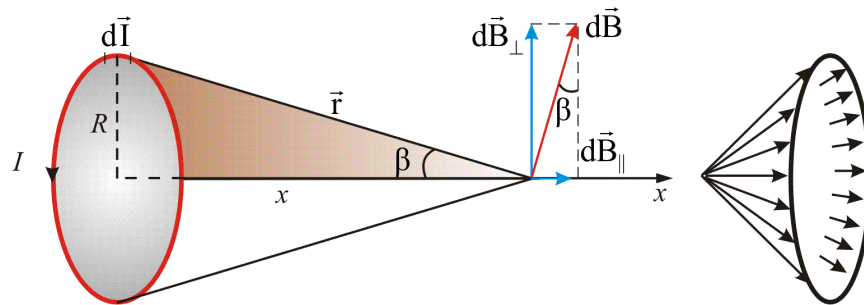


Рис. 4.9

**4.1.14. Напряженность магнитного поля**  $\vec{H}$  – векторная величина, характеризующая магнитное поле:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}.$$

**4.1.15. Поток вектора магнитной индукции** – магнитный поток сквозь поверхность  $S$  (рис. 4.10):

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S}, \text{ или } \Phi_B = BS \cos \beta = BS \sin \alpha$$

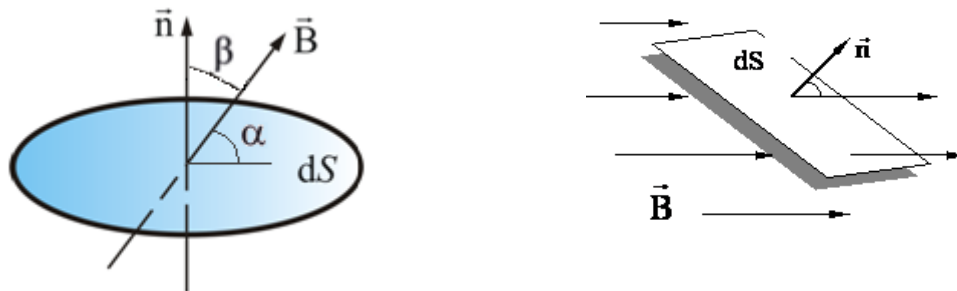


Рис. 4.10

**4.1.16. Теорема Гаусса:** поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю:

- в интегральной форме:  $\Phi_B = \oint \vec{B} d\vec{S} = 0;$
- в дифференциальной форме:  $\text{div} \vec{B} \equiv \nabla \cdot \vec{B} = 0.$

Этот результат является математическим выражением того, что в природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля, на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции. Магнитное поле вихревое или соленоидальное (рис. 4.11, 4.12).

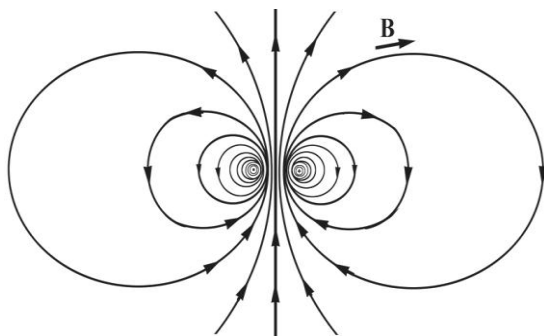


Рис. 4.11

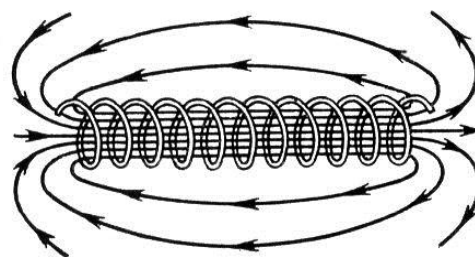


Рис. 4.12

## 4.2. Силы, действующие на движущиеся заряды в магнитном поле

**4.2.1. Закон Ампера:** сила  $d\vec{F}$ , с которой магнитное поле действует на элемент  $d\vec{l}$  проводника с током, находящегося в магнитном поле, прямо пропорциональна силе тока  $I$  в проводнике и векторному произведению элемента длины проводника на магнитную индукцию  $\vec{B}$  (рис.4.13):

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}] \text{ или } \vec{F} = I [\vec{l}, \vec{B}].$$

Направление силы Ампера определяется по правилу левой руки.

**4.2.2. Модуль вектора силы Ампера:**

$$F = IlB \sin \alpha.$$

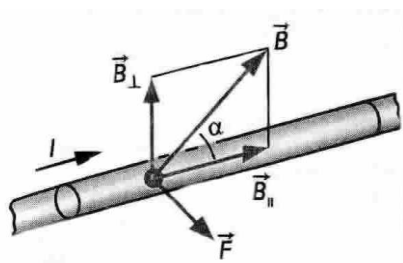


Рис. 4.13

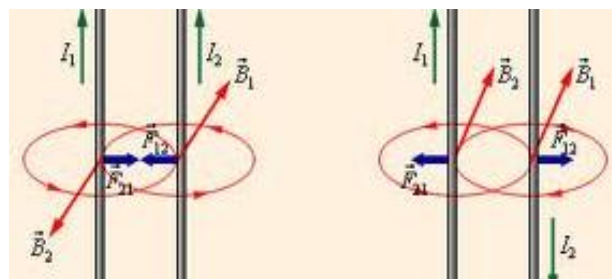


Рис. 4.14

**4.2.3. Сила взаимодействия** двух параллельных проводников с токами  $I_1$  и  $I_2$  на расстояние  $b$  (рис 4.14):

$$F = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b}.$$

**4.2.4. Сила Лоренца** – это сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся со скоростью  $\vec{v}$  положительный заряд (рис 4.15):

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}], \quad F_L = qvB \sin \alpha, \quad \vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}],$$

здесь  $\vec{v}$  – скорость упорядоченного движения носителей положительного заряда.

Направление силы Лоренца определяется правилом «левой руки»: четыре пальца ставятся по направлению тока (направление движения «положительно» заряженных частиц), ладонь ориентируется так, чтобы силовые линии индукции входили в нее, тогда большой отогнутый палец покажет направление силы Лоренца (рис.4.16).

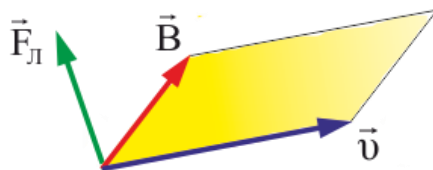


Рис. 4.15

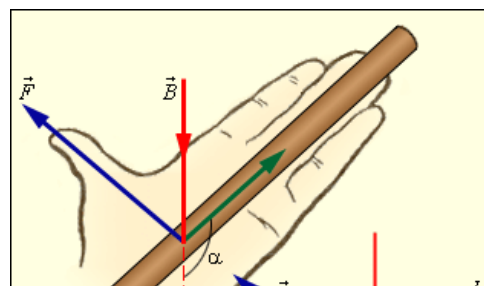


Рис. 4.16

**4.2.5. Работа силы Лоренца** равна нулю, т.к. сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости. Постоянное магнитное поле изменяет направление движения частицы, но не величину скорости.

$$A = \vec{F} \vec{l} = Fl \cos \beta = 0,$$

так как  $\beta = 0$ .

Пример действия силы Лоренца на пучок электронов в электронно лучевой трубке приведен на рис. 4.17.

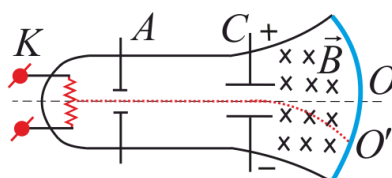


Рис. 4.17

**4.2.6. Теорема о циркуляции вектора** индукции магнитного поля: циркуляция вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру  $L$  равна алгебраической сумме токов, находящихся внутри этого контура, умноженной на  $\mu_0$ :

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i = \mu_0 I_{\text{полн}},$$

где  $I_{\text{полн}}$  – полный ток, находящийся внутри контура  $L$ .

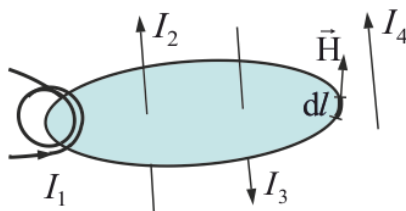
В дифференциальной форме:

$$\text{rot} \vec{B} \equiv [\nabla, \vec{B}] = \mu_0 \vec{j}_{\text{полн}}$$

**4.2.7. Вихревой характер** магнитного поля следует из того, что циркуляция вектора индукции магнитного поля по замкнутому контуру не равна нулю. Силовые линии этого поля замкнуты сами на себя. Магнитное поле возникает только в присутствии токов и является вихревым в области, где есть токи. Отсюда следует, что магнитное поле в этой области *не является потенциальным*.

**4.2.8. Теорема о циркуляции вектора**  $\vec{H}$ : циркуляция вектора напряженности магнитного поля равна току, охваченному контуром (рис 4.17):

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I.$$



$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = 2I_1 + I_2 - I_3$$

Рис 4.17

**4.2.9. Работа по перемещению проводника с током** в магнитном поле численно равна произведению тока на магнитный поток, пересеченный этим проводником (рис 4.18):

$$dA = I(\Phi_2 - \Phi_1).$$

**4.2.10. Работа по перемещению замкнутого контура** в магнитном поле равна произведению величины тока на изменение магнитного потока, сцепленного с этим контуром (рис 4.19):

$$dA = Id\Phi'.$$

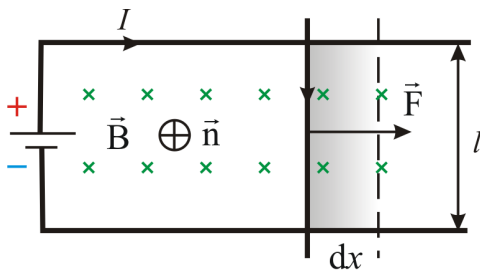


Рис. 4.18

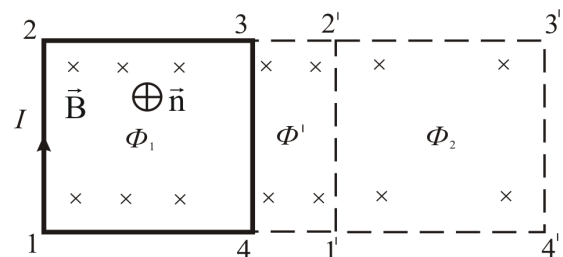


Рис. 4.19

**4.2.11. Магнитная индукция** внутри бесконечного длинного соленоида (рис. 4.20):

$$B = \mu\mu_0 nI,$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость вещества;  $n$  – число витков на единицу длины;  $I$  – ток в соленоиде.

**4.2.12. Магнитное поле** в произвольной точке внутри конечного соленоида (рис. 4.21):

$$B = \frac{1}{2} \mu\mu_0 nI (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

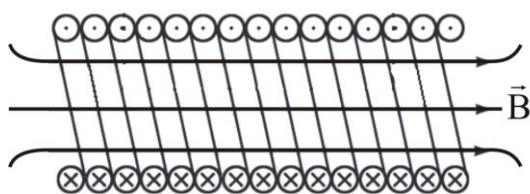


Рис. 4.20

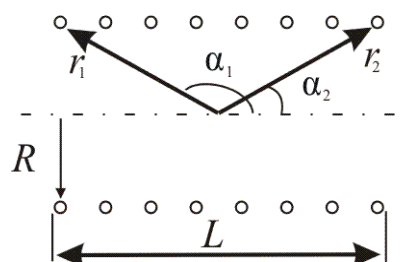


Рис. 4.21

**4.2.13. Магнитное поле** на середине оси соленоида (рис 4.21):

$$B_{\max} = \mu\mu_0 nI \frac{L}{\sqrt{4R^2 + L^2}},$$

где  $L$  – длина соленоида;  $R$  – радиус витков.

**4.2.14. Эффект Холла:** это возникновение на боковых гранях проводника с током, помещенного в поперечное магнитное поле, разности потенциалов, пропорциональной величине тока  $I$  и индукции магнитного поля  $B$  (рис 4.22).

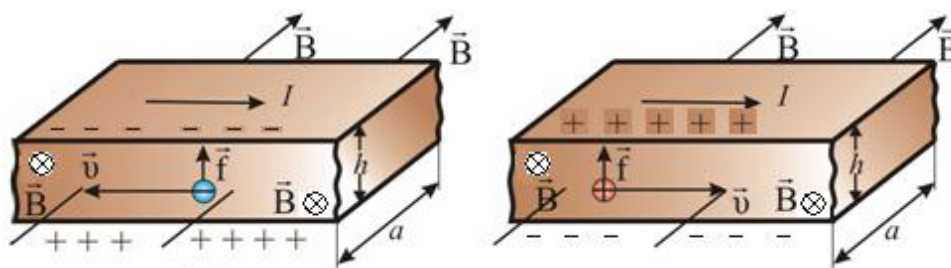


Рис. 4.22

**4.2.15. Холловская поперечная разность потенциалов** возникает при равной концентрации носителей заряда обоих знаков, если различна подвижность, т.е. дрейфовая скорость носителей заряда:

$$U_x = \frac{1}{en} \frac{IB}{a} = R \frac{IB}{a}.$$



**4.2.16. Коэффициент Холла** (константа Холла) – коэффициент пропорциональности между  $E$  и  $B$  зависящий от материала вещества.

$$R = \frac{1}{qn}.$$

**4.2.17. Число носителей заряда** – число подвижных частиц или квазичастиц, которые несут электрический заряд и способны обеспечивать протекание электрического тока.

$$n = \frac{IB}{qaU_x}.$$

### 4.3. Явление электромагнитной индукции.

Если поток вектора индукции, пронизывающий замкнутый, проводящий контур, меняется, то в контуре возникает электрический ток. Это явление называют **явлением электромагнитной индукции**, а ток – **индукционным**. При этом явление совершенно не зависит от способа изменения потока вектора магнитной индукции.

Движущиеся заряды (ток) создают магнитное поле, а движущееся магнитное поле создает (вихревое) электрическое поле.

**4.3.1. Правило Ленца:** индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.

**4.3.2. Закон Фарадея:** ЭДС индукции контура равна скорости изменения потока магнитной индукции, пронизывающей этот контур:

$$\mathbf{E}_\gamma = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ или } \mathbf{E}_\gamma = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где  $\mathbf{E}$  – электродвижущая сила (ЭДС).

**4.3.3. ЭДС индукции** пропорциональна скорости изменения магнитного поля:

$$\mathbf{E}_\gamma = -S \frac{dB}{dt}.$$

**4.3.4. Потокосцепление** (полный магнитный поток) – понятие которое используют, если контур состоит из нескольких витков  $N$ :

$$\Psi = \Phi N.$$

**4.3.5. Сторонняя сила  $\mathbf{E}_\gamma$**  сила неэлектрического происхождения под действием которой течет ток.

Если перемещать проводник в однородном магнитном поле  $\vec{B}$ , то под действием силы Лоренца, электроны будут отклоняться вниз, а положительные заряды вверх – возникает разность потенциалов. Это и будет сторонняя сила под действием которой течет ток (рис. 4.23).

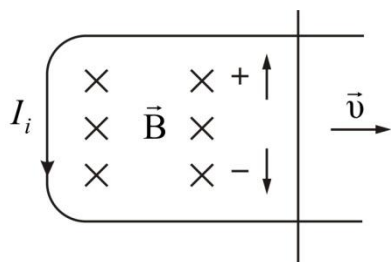


Рис. 4.23



Рис. 4.24

**4.3.6. Работа по перемещению заряда вихревым электрическим полем** (рис. 4.24):

$$A = q \oint_L \vec{E}' d\vec{l} = q \mathcal{E}_r.$$

**4.3.7. Вихревые токи, токи Фуко** – вихревые индукционные токи, возникающие в массивных проводниках при изменении пронизывающего их магнитного потока (рис. 4.25).

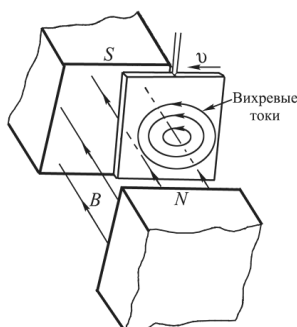


Рис. 4.25

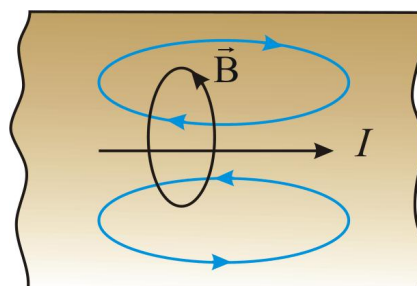


Рис. 4.26

**4.3.8. Скин-эффект** (поверхностный эффект) – эффект ослабления электромагнитных волн по мере их проникновения вглубь проводящей среды (рис. 4.26). В результате этого эффекта, например, переменный ток высокой частоты, при протекании по проводнику распределяется не равномерно по сечению, а преимущественно в *поверхностном* слое.

## 4.4 Ускорители заряженных частиц

**Ускорителями заряженных частиц** называются устройство которых под действием электрических и магнитных полей создаются и управляются пучки высокоэнергетических заряженных частиц (электронов, протонов, мезонов и т.д.).

Ускорители подразделяются на *непрерывные* (равномерный во времени пучок) и *импульсные* (в них частицы ускоряются порциями – импульсами). По форме траектории и механизму ускорения частиц ускорители делятся на *линейные, циклические и индукционные*.

**4.4.1. Линейный ускоритель.** Ускорение частиц осуществляется электростатическим полем. Заряженная частица проходит поле однократно: заряд  $q$ , проходя разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ , приобретает кинетическую энергию  $K = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Таким способом частицы ускоряются до  $\approx 10$  МэВ. Их дальнейшее ускорение с помощью источников постоянного напряжения невозможно из-за утечки зарядов, пробоев и т.д (рис.4.27).

**4.4.2. Линейный резонансный ускоритель.** Ускорение заряженных частиц осуществляется переменным электрическим полем сверхвысокой частоты, синхронно изменяющимся с движением частиц. Таким способом протоны ускоряются до энергий порядка десятков мегаэлектронвольт, электроны – до десятков гигаэлектронвольт (рис. 4.28).

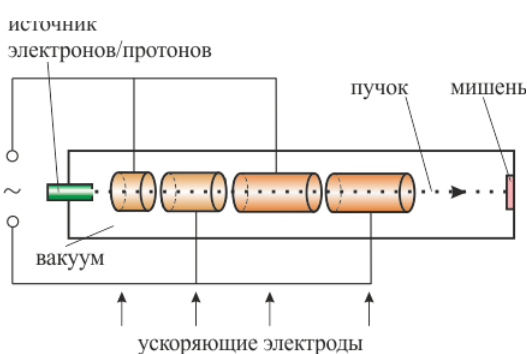


Рис. 4.27



Рис. 4.28

**4.4.3. Циклотрон** – циклический резонансный ускоритель тяжелых частиц (рис. 4.29).

Между полюсами сильного электромагнита помещается вакуумная камера, в которой находятся два электрода в виде полых металлических полуцилиндров, или дуантов (3). К дуантам приложено переменное электрическое поле (5). Магнитное поле, создаваемое электромагнитом, однородно и перпендикулярно плоскости дуантов. Если заряженную частицу ввести в центр зазора (1) между дуантами, то она, ускоряемая электрическим и отклоняемая магнитными полями, войдет в дуант и опишет полуокружность, радиус которой пропорционален скорости частицы.

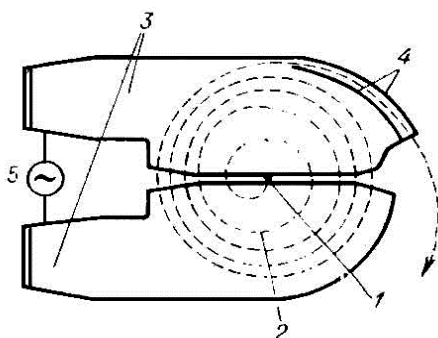


Рис. 4.29

**4.4.4. Микротрон** (электронный циклотрон) – циклический резонансный ускоритель электронов. Здесь, как и в циклотроне, и магнитное поле, и частота ускоряющего поля постоянны во времени, но резонансное условие в процессе ускорения все же сохраняется за счёт изменения кратности ускорения  $q$ . Частица вращается в микротроне в однородном магнитном поле, многократно проходя ускоряющий резонатор.

**4.4.5. Фазотрон** (синхроциклотрон) – циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц (например, протонов, ионов,  $\alpha$ -частиц), в котором управляющее магнитное поле постоянно, а частота ускоряющего электрического поля медленно изменяется с периодом.

**4.4.6. Синхротрон** – циклический резонансный ускоритель ультрарелятивистских электронов, в котором управляющее магнитное поле изменяется во времени, а частота ускоряющего электрического поля постоянна (рис.4.30).

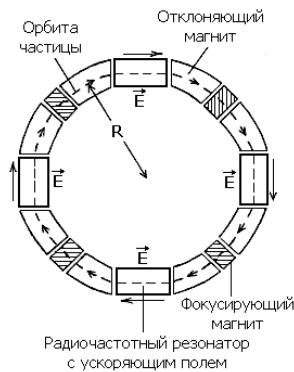


Рис. 4.30

**4.4.7. Синхрофазотрон** – циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц (протонов, ионов), в котором объединяются свойства фазотрона и синхротрона. Здесь управляющее магнитное поле и частота ускоряющего электрического поля одновременно изменяются во времени так, чтобы радиус равновесной орбиты частиц оставался постоянным.

**4.4.8. Радиус траектории** нерелятивистской частицы:

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

**4.4.9. Период обращения** нерелятивистской частицы (частицы движущиеся со скоростью  $v < c$ ):

$$T = \frac{2\pi m}{qB}.$$

**4.4.10. Импульс релятивистской частицы:**

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_k (E_k + 2m_0 c^2)},$$

где  $c$  – скорость света в вакууме;  $m_0$  – масса покоя частицы.

**4.4.11. Кинетическая энергия частицы:**

$$E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2,$$

где  $E$  – полная энергия частицы;  $E_0$  – энергия покоя.

**4.4.12. Период обращения релятивистской частицы:**

$$T = \frac{2\pi m}{qB\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2\pi E}{qBc^2}.$$

**4.4.13. Радиус окружности траектории релятивистской частицы:**

$$R = \frac{m_0 v}{qB\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

**4.4.14. Бетатрон** – единственный циклический ускоритель (электронов) нерезонансного типа, в котором ускорение осуществляется вихревым электрическим полем (рис. 4.31). При каждом обходе контура энергия электронов увеличивается на величину  $qE$ .

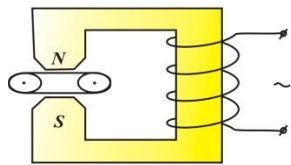


Рис. 4.31

**4.4.15. Энергия,** передаваемая вихревым электрическим полем единичному заряду в бетатроне:

$$\frac{mv^2}{2} = \oint_L q\vec{E}'d\vec{l} = qE.$$

**4.4.16. Большой адронный коллайдер** (англ. *LHC, Large Hadron Collider*) является *ускорителем*, предназначенным для ускорения протонов и тяжёлых ионов. Целью проекта ЛНС прежде всего является открытие бозона Хиггса — важнейшей из экспериментально не найденных частиц Стандартной Модели (СМ). Также большое внимание планируется уделить исследованиям свойств  $W$  и  $Z$ -бозонов, ядерным взаимодействиям при сверхвысоких энергиях, процессам рождения и распадов тяжёлых кварков ( $b$  и  $t$ ).

Коллайдер состоит из 5-ти ступеней, каждая из которых придает протонам дополнительную скорость (рис. 4.32, 4.33).



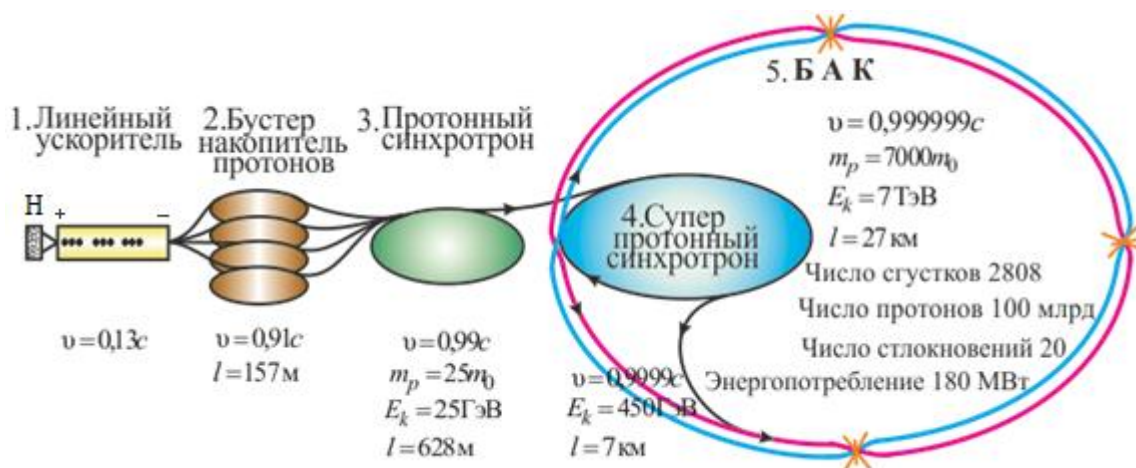


Рис. 4.32

В ускорителе предполагается сталкивать протоны (рис. 4.34) с суммарной энергией 14 ТэВ (или  $14 \times 10^{12}$  электронвольт) в системе центра масс налетающих частиц, а также ядра свинца с энергией 5,5 ГэВ ( $5,5 \times 10^9$  электронвольт) на каждую пару сталкивающихся нуклонов.

Светимость БАК составит  $10^{29}$  частиц/см<sup>2</sup>·с и будет постепенно повышаться до номинальной  $1,7 \times 10^{34}$  частиц/см<sup>2</sup>·с.

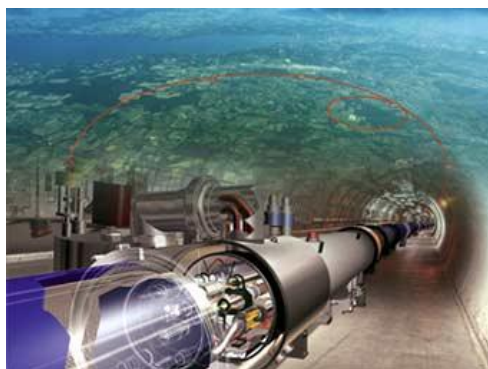


Рис. 4.33

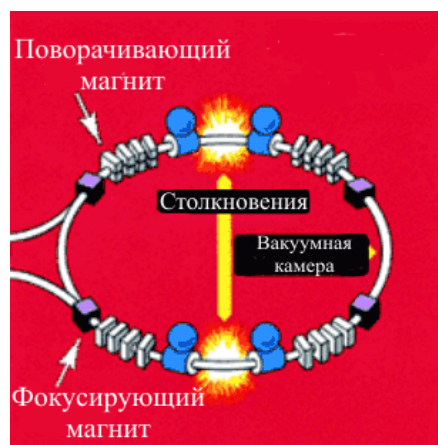


Рис. 4.34

## 4.5. Самоиндукция и взаимная индукция

При изменении тока в контуре изменяется магнитный поток, пронизывающий этот же контур или соседний контур. ЭДС индукции, возникающая в самом же контуре, называется ЭДС **самоиндукции**, а само явление – **самоиндукция**. Если же ЭДС индукции возникает в соседнем контуре, то говорят о явлении **взаимной индукции**.

Ток, текущий в любом контуре, создает магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий этот же контур. При изменении  $I$  будет изменяться  $\Phi$ , следовательно, в контуре будет наводиться ЭДС индукции.

**4.5.1. Магнитный поток  $\Phi$** , пронизывающий контур или катушку с током, пропорционален силе тока  $I$ :

$$\Phi = LI.$$

Коэффициент пропорциональности  $L$  в этой формуле называется коэффициентом самоиндукции или **индуктивностью катушки**.

**4.5.2. Соленоид** – тонкий провод, намотанный плотно виток к витку на цилиндрический каркас. Можно представить соленоид в виде системы одинаковых круговых токов с общей прямой осью (рис.4.12).

**4.5.3. Индуктивность соленоида:**

$$L_{\text{сол}} = \mu\mu_0 n^2 l S,$$

где  $n$  – число витков на единицу длины соленоида,  $l$  – длина соленоида,  $S$  – его диаметр.

**4.5.4 Индуктивность** бесконечно длинного соленоида, имеющего  $N$  витков (рис.4.12):

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}.$$

**4.5.5 ЭДС самоиндукции контура** – это ЭДС индукции, возникающая в самом контуре:

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt},$$

где  $L$  – индуктивность контура.

**4.5.6. Влияние самоиндукции на ток:** в соответствии с правилом Ленца, токи возникающие в цепях в следствии самоиндукции всегда направлены так чтобы препятствовать изменению тока, текущего в цепи. Это приводит к тому, что при замыкании ключа  $K$  установление тока  $I_2$  в цепи, содержащей индуктивность  $L$ , будет происходить не мгновенно, а постепенно (рис. 4.35).

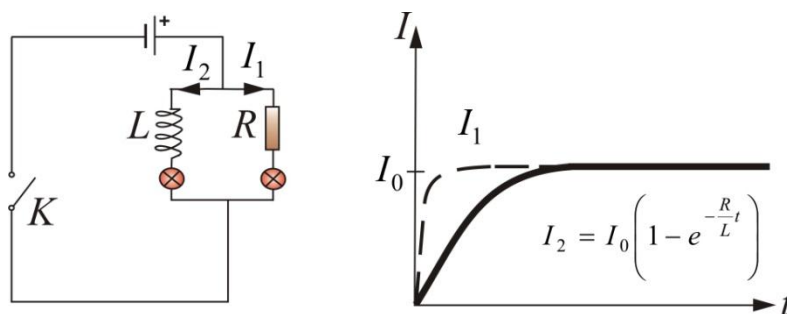


Рис. 4.35

- При замыкании цепи  $I = I_0 \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right);$
- При размыкании цепи  $I = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$

**4.5.7 Постоянная времени цепи** – это промежуток времени, в течение которого свободная составляющая тока убывает в  $e$  раз:

$$\tau = \frac{L}{R},$$

где  $R$  – активное сопротивление.

**4.5.8 Трансформатор** – электрический аппарат, имеющий две или более индуктивно связанные обмотки и предназначенный для преобразования посредством электромагнитной индукции одной или нескольких систем переменного тока в одну или несколько других систем переменного тока (рис. 4.36).

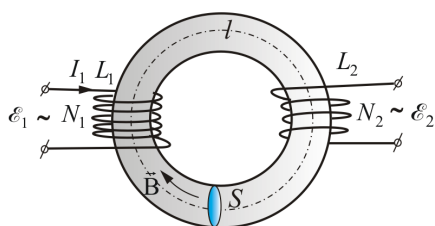


Рис. 4.36

**4.5.9. Коэффициент трансформации:**

$$k = \frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1}.$$

**4.5.10. Работа в цепи с изменяющим током:**

$$dA = \mathbf{E}_i I dt.$$

**4.5.11. Энергия проводника с током  $I$  и индуктивностью  $L$ :**

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

**4.5.12. Энергия магнитного поля.** Подобно тому, как в заряженном конденсаторе имеется запас электрической энергии, в катушке, по виткам которой протекает ток, имеется запас магнитной энергии.

$$W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V.$$

Если включить электрическую лампу параллельно катушке с большой индуктивностью в электрическую цепь постоянного тока, то при размыкании ключа наблюдается кратковременная вспышка лампы. Ток в цепи возникает под действием ЭДС самоиндукции. Источником энергии, выделяющейся при этом в электрической цепи, является магнитное поле катушки (рис. 4.37).



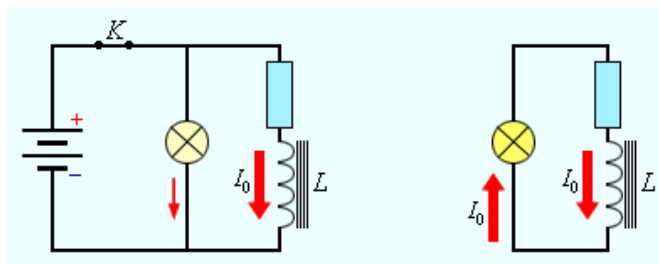


Рис. 4.37

**4.5.13. Плотность энергии магнитного поля:** физическая величина, равная отношению энергии магнитного поля в некотором объеме к величине этого объема:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{BH}{2}.$$

**4.5.14. Объемная плотность энергии однородного магнитного поля в вакууме:**

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

**4.5.15. Энергия магнитного поля в длинном соленоиде:**

$$W = \frac{1}{2} \mu\mu_0 n^2 I^2 V.$$

**4.5.16. Плотность энергии в длинном соленоиде:**

$$w = \frac{1}{2} \mu\mu_0 n^2 I^2.$$

## 4.6. Магнитные свойства вещества

Все известные вещества проявляют в магнитном поле магнитные свойства и называются, поэтому – магнетиками. Разнообразие типов магнетиков обусловлено различием магнитных свойств атомов (молекул), образующих вещество, особенностями их взаимодействия, фазовыми состояниями вещества и другими факторами. Магнитные свойства атомов определяются орбитальным движением электронов вокруг ядра (орбитальный магнитный момент электрона –  $\vec{P}_{mL}$ ) и вращением электрона вокруг собственной оси (спиновый магнитный момент электрона –  $\vec{P}_{mS}$ ).

Зависимость намагниченности вещества от напряженности магнитного поля показана на рис.4.34.

**4.6.1. Намагниченность**  $\vec{J}$  – количественная характеристика намагниченного состояния вещества – векторная величина равная отношению магнитного момента малого объема вещества к величине этого объема:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{P}_{mi},$$

где  $\vec{P}_{mi}$  – магнитный момент  $i$ -го атома из числа  $n$  атомов, в объеме  $\Delta V$ .

**4.6.2. Связь напряженности магнитного поля с намагниченностью:**

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}.$$

Зависимость намагниченности вещества от напряженности магнитного поля показана на рис.4.38.

**4.6.3. Циркуляция вектора напряженности:**

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{макро}}.$$

**4.6.4. Связь магнитной индукции с напряженностью магнитного поля, созданного макро и микро-токами:**

$$B = \mu_0 H + \mu_0 \chi H$$

$$B = \mu_0 H (1 + \chi).$$

**4.6.5. Связь намагниченности с напряженностью:**

$$\vec{J} = \vec{H} \chi.$$

**4.6.6. Магнитная восприимчивость среды:**

$$\chi = \mu - 1.$$

**4.6.7. Парамагнетики** – это вещества, атомы которых имеют, в отсутствии внешнего магнитного поля, отличный от нуля магнитный момент (рис. 1.38):

$$\chi > 0, \quad \mu = \frac{B}{B_0} > 1.$$

**4.6.8. Диамагнетики** – это вещества, магнитные моменты атомов которых в отсутствии внешнего поля равны нулю, т.к. магнитные моменты всех электронов атома взаимно скомпенсированы (рис. 1.38):

$$\chi < 0, \quad \mu = \frac{B}{B_0} < 1.$$

**4.6.9. Ферромагнетики** – это вещества, обладающие самопроизвольной намагниченностью, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий – магнитного поля, деформации, температуры (рис. 1.34):

$$\chi \gg 0, \quad \mu = \frac{B}{B_0} \gg 1.$$

**4.6.10. Петля гистерезиса** – зависимость намагниченности вещества  $J$  от напряженности магнитного поля  $H$  (рис. 4.39).

Намагниченность  $J_S$  при  $H = H_S$  называется **намагниченностью насыщения**. Намагниченность  $\pm J_R$  при  $H = 0$  называется **остаточной намагниченностью**.



Рис. 4.38

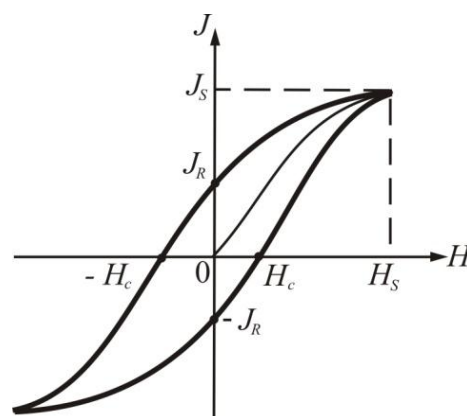


Рис. 4.39

**4.6.11. Коэрцитивная сила** – напряженность  $\pm H_c$  магнитного поля, необходимая для полного размагничивания ферромагнетика. Она характеризует способность ферромагнетика сохранять намагниченное состояние.

**4.6.12. Домены** – области спонтанного намагничивания ( $10^{-2} \div 10^{-3}$  см), в рамках которых магнитный момент имеет одно направление.

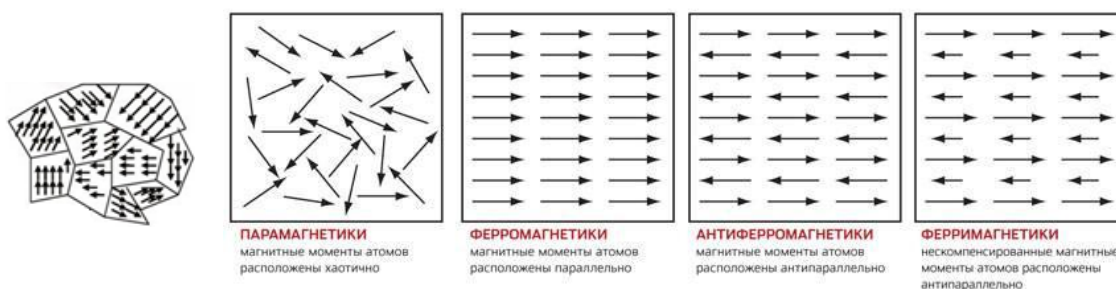


Рис. 4.40

Векторы намагненности доменов в отсутствие внешнего магнитного поля ориентированы таким образом, что полный магнитный момент ферромагнитного материала равен нулю (рис.4.41 г). При помещении ферромагнетика в магнитное поле и увеличение этого поля весь кристалл превращается в один большой домен ориентированный по полю (рис. 4.41 а).

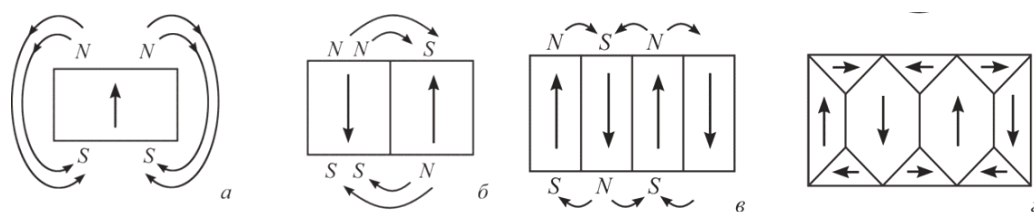


Рис. 4.41

**4.6.13. Магнитные свойства вещества:** определяются магнитными свойствами электронов и атомов.

**4.6.14. Частота вращения** электрона на орбите:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r}.$$

**4.6.15. Орбитальный ток** – искусственно созданная величина.

Магнетики состоят из атомов, которые, в свою очередь, состоят из положительных ядер и, условно говоря, вращающихся вокруг них электронов. Электрон, движущийся по орбите в атоме, эквивалентен замкнутому контуру с **орбитальным током** (рис. 4.42, 4.43):

$$I = e\nu,$$

где  $e$  – заряд электрона,  $\nu$  – частота его вращения по орбите.

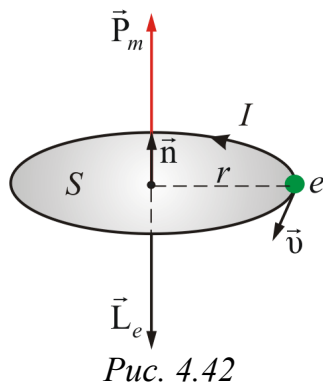


Рис. 4.42

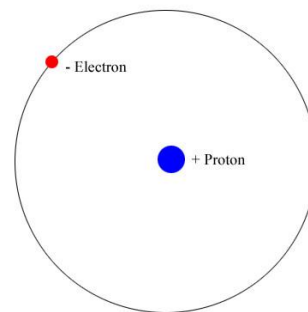


Рис. 4.43

**4.6.16. Орбитальный магнитный момент** электрона:

$$\vec{P}_m = IS\vec{n} = \frac{e\vec{v}}{2\pi r},$$

где  $S$  – площадь орбиты;  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к  $S$ ;  $\vec{v}$  – скорость электрона.

**4.6.17. Орбитальный момент импульса** электрона – это момент импульса электрона, движущегося по орбите, который направлен противоположно по отношению к магнитному моменту  $P_m$  (рис. 4.42):

$$\vec{L}_e = m\vec{v}r.$$

**4.6.18. Связь магнитного момента с моментом импульса** электрона:

$$\vec{P}_m = \gamma\vec{L}_e.$$

**4.6.19. Гиромангнитное отношение** – коэффициент пропорциональности отношения орбитальных моментов:

$$\gamma = -\frac{e}{2m}.$$

**4.6.20. Спин электрона** – собственный момент импульса электрона В современном представлении – спин, как заряд и масса, есть свойство электрона (рис. 4.44):

$$L_s = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar.$$

**4.6.21. Спиновый магнитный момент электрона:**

$$\vec{P}_{ms} = \gamma_s \vec{L}_s.$$

**4.6.22. Гиромагнитное отношение спиновых моментов:**

$$\gamma_s = -\frac{e}{m}.$$

**4.6.23. Квантовый магнитный момент электрона (магнетон Бора):**

$$\mu_B = \pm \frac{e\hbar}{2m}.$$

**4.6.24. Орбитальный магнитный момент атома** – это геометрическая сумма орбитальных магнитных моментов всех электронов атома:

$$\vec{P}_m = \sum_{i=1}^Z \vec{P}_{mi},$$

где  $Z$  – число всех электронов в атоме – порядковый номер элемента в периодической системе Менделеева.

**4.6.25. Орбитальным моментом импульса атома** – называется геометрическая сумма моментов импульсов всех электронов атома:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^Z \vec{L}_{ei}.$$

**4.6.26. Момент сил** действующий на электрон *при внесении атома в магнитное поле с индукцией  $B$*

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}].$$

**4.6.27. Ларморовская прецессия** – прецессионное движение электрона и его орбитального момента при внесении атома в магнитное поле (рис.4.44).

**4.6.28. Угловая скорость ларморовской прецессии** зависит только от индукции магнитного поля и совпадает с ней по направлению:

$$\omega_L = \frac{e}{2m} \vec{B}.$$

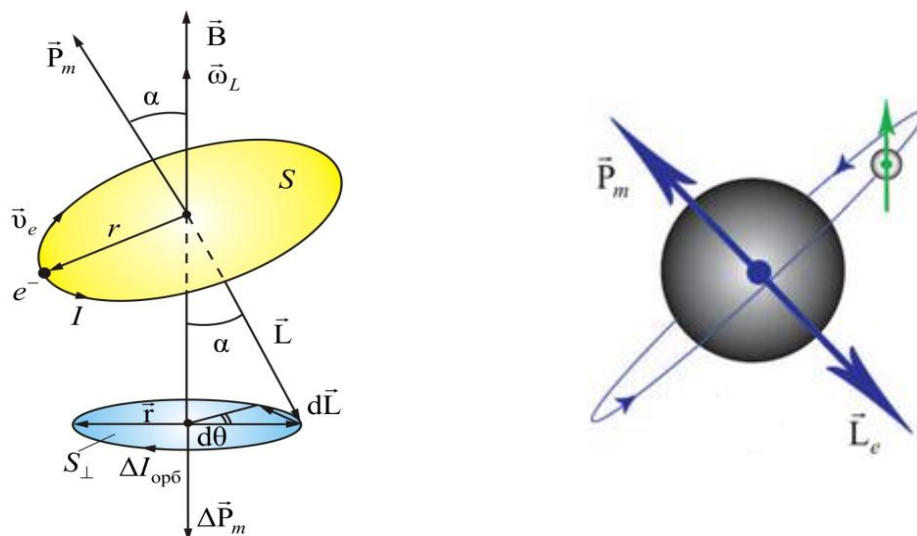


Рис. 4.44

**4.6.29. Теорема Лармора:** единственным результатом влияния магнитного поля на орбиту электрона в атоме является прецессия орбиты и вектора  $\vec{P}_m$  – орбитального магнитного момента электрона с угловой скоростью  $\omega_L$  вокруг оси, проходящей через ядро атома, параллельно вектору индукции магнитного поля.

## 4.7. Уравнения Максвелла

**Теория Максвелла** это стройная, последовательная теория единого электромагнитного поля (ЭМП), создаваемого произвольной системой зарядов и токов. В этой теории решается основная задача электродинамики – по заданному распределению зарядов и токов отыскиваются характеристики электрического и магнитного полей.

Эта теория явилась обобщением важнейших законов, описывающих электрические и магнитные явления (аналогично уравнениям Ньютона и началам термодинамики).

Максвелл сделал вывод: всякое переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле. Токи проводимости в проводнике замыкаются токами смещения в диэлектрике или в вакууме. Переменное электрическое поле в конденсаторе создает такое же магнитное поле, как если бы между обкладками существовал ток проводимости, имеющий величину, равную току в металлическом проводнике.

**4.7.1. Закон полного тока** для магнитного поля в веществе – циркуляция вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  вдоль произвольно замкнутого контура  $L$  равна алгебраической сумме макротоков сквозь поверхность, натянутую на этот контур:

- в интегральной форме:  $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = (I_{\text{макро}} + I_{\text{микро}})$ ;
- в дифференциальной форме:  $\text{rot} \vec{H} = \vec{J}_{\text{макро}}$ ,

где  $I_{\text{макро}}$  и  $I_{\text{микро}}$  – алгебраическая сумма макротоков (токи проводимости и конвекционные токи, связанные с движением заряженных макроскопических тел) и микротоков (токи, обусловленные движением электронов в атомах, молекулах и ионах) сквозь поверхность, натянутую на замкнутый контур  $L$ .

**4.7.2. Ток смещения:** если в каком – либо проводнике течет переменный ток – ток проводимости, то внутри есть и переменное электрическое поле, т.е. ток смещения.

**4.7.3. Полный ток**, определяющий магнитное поле в веществе:

$$\vec{J}_{\text{полн}} = \vec{J}_{\text{пров}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_{\text{пров}} + \vec{J}_{\text{см}},$$

где  $\vec{D}$  – вектор электрического смещения. В зависимости от электропроводности среды и частоты (поля) оба слагаемых играют разную роль:

- в металлах и на низких частотах  $j_{\text{пров}} \gg j_{\text{см}}$  (в скин-эффекте  $j_{\text{см}}$  не играет заметной роли);
- в диэлектриках и на высоких частотах  $j_{\text{см}}$  играет основную роль.

#### 4.7.4. Плотность тока смещения:

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t},$$

где  $\varepsilon_0 \partial E / \partial t$  – плотность тока смещения в вакууме;  $\partial P / \partial t$  – плотность тока поляризации. Вихревое магнитное поле ( $\vec{B}$ ), образующееся при протекании тока смещения, связано с направлением вектора  $\partial \vec{D} / \partial t$  **правилом правого винта** (рис 4.45)

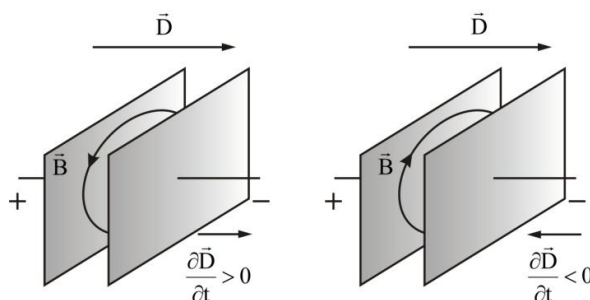


Рис. 4.45

**4.7.5. Теория Максвелла – теория классической электродинамики описывающая электромагнитное поле и его связь с электрическими зарядами и токами.**

- В теории Максвелла рассматриваются макроскопические поля, которые создаются макрозарядами и макротоками. Расстояния от источников полей до рассматриваемых точек много больше размеров атомов. Периоды изменения переменных электрических и магнитных полей много больше периодов внутренних процессов.
- Теория Максвелла имеет феноменологический характер. В ней не рассматривается внутренний механизм явлений в среде. Среда описывается с помощью трёх величин  $\varepsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$ .
- Теория Максвелла является теорией близкодействия, согласно которой электрические и магнитные взаимодействия, происходящие в электрических и магнитных полях и распространяются с конечной скоростью, равной скорости света в данной среде.

#### 4.7.6. Полная система уравнений Максвелла:

№	Название	Дифференциальная форма	Интегральная форма	Физический смысл
1	Закон индукции Фарадея	$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\oint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$	Вихревое электрическое поле порождается изменением магнитной индукции и наоборот
2	Обобщенный закон Био – Саварра – Лапласа	$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$	$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = I_{\text{encl}} + \oint_S \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$	Вихревое магнитное поле порождается электрическим током и изменением электрической индукции
3	Теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$	$\text{div}\vec{D} = \rho$	$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{\text{encl}}$	Электрический заряд является источником электростатического поля
4	Теорема Гаусса для вектора $\vec{B}$	$\text{div}\vec{B} = 0$	$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$	Магнитная индукция не расходится (нет магнитных зарядов)
5	Электростатическая индукция	$\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E}$	Связь электрической индукции с напряженностью электростатического поля	
6	Магнитная индукция	$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$	Связь магнитной индукции с напряженностью магнитного поля	
7	Плотность тока	$\vec{j} = \sigma\vec{E}$	Связь плотности тока с напряженностью электростат. поля (Закон Ома в диф. форме)	

**4.7.7. Уравнения состояния** или **материальные уравнения** (определяются электрическими и магнитными свойствами среды):

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H},$$

$$\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E},$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} + \vec{j}_{\text{стр}},$$

где  $\sigma$  – удельная проводимость,  $\vec{j}_{\text{стр}}$  – плотность сторонних токов.



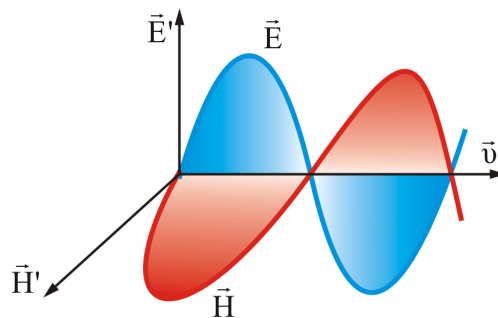
**4.7.8. Электромагнитная волна** – процесс распространения электромагнитного поля в пространстве (рис. 4.46). Скорость ЭМП в вакууме:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c.$$

При распространении ЭМП в среде:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

а т.к. в среде  $\epsilon > 1$  и  $\mu > 1$ , то *всегда скорость света в среде меньше скорости света в вакууме  $v < c$ .*



**4.7.9. Дифференциальные уравнения ЭМВ**, распространяющихся вдоль оси  $x$  со скоростью  $v$ :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2},$$

где,  $y$  и  $z$  при  $E$  и  $H$  подчеркивают лишь то, что векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей  $y$  и  $z$ .

**4.7.10. Уравнения плоских монохроматических электромагнитных волн:**

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx) \quad \text{и} \quad H_z = H_0 \cos(\omega t - kx),$$

где  $E_0$  и  $H_0$  – соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны.

**Сравнительные характеристики электрического и магнитного полей.**

Электростатическое поле	Формулы и обозначения	Магнитное поле	Формулы и обозначения
Точечный заряд	$q$	Ток	$I$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0$	Магнитная постоянная	$\mu_0$
Диэлектрическая проницаемость	$\epsilon$	Магнитная проницаемость	$\mu$
Диэлектрическая восприимчивость	$\chi = \epsilon - 1$	Магн. восприимчивость	$\chi = \mu - 1$
Взаимодействие точечных зарядов	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{ q_1q_2 }{r^2}$	Взаимодействие токов	$F = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{2I_1I_2}{r}$
Напряженность электр. поля	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$	Магнитная индукция	$B = \frac{M_{\max}}{P_m}$
Связь напряженности с электростатической индукцией	$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0\epsilon}$	Связь напряженности магнитного поля с магнитной индукцией	$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0\mu}$
Принцип суперпозиции	$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$	Принцип суперпозиции	$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$
Поляризованность	$\vec{P} = \chi\vec{E}$	Намагниченность	$\vec{J} = \chi\vec{H}$
Емкость проводника	$C = \frac{q}{\phi} = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}$	Индуктивность катушки	$L = \frac{\Phi}{I} = \mu_0\mu Sl$
Энергия конденсатора	$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$	Энергия катушки с током	$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$
Объемная плотность энергии	$w = \frac{ED}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$	Объемная плотн. энергии	$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0 H^2}{2}$
Циркуляция $\vec{E}$	$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0$	Циркуляция $\vec{B}$	$\oint_L \vec{H} = I_{\text{полн}}$
Теорема Гаусса	$\Phi_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$	Теорема Гаусса	$\Phi_B = \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$
Безвихревое поле	$\text{rot}\vec{E} = 0$	Создается токами	$\text{rot}\vec{H} = \vec{j}_{\text{полн}}$
Создается зарядами	$\text{div}\vec{D} = \nabla\vec{D} = \rho$	Вихревое поле	$\text{div}\vec{B} = \nabla\vec{B} = 0$