Вопросы к зачету по курсу «Высшая математика»

1 курс, 1 семестр.

1. Понятие множества. Элементы множества. Способы задания множеств. Подмножество. Теорема о равенстве двух множеств.
2. Операции над множествами и их свойства.
3. Определение последовательности. Способы заданий последовательностей.
4. Понятие ограниченной последовательности. Геометрический смысл ограниченности последовательности.
5. Свойства ограниченных последовательностей. Доказательство теоремы об ограниченности последовательности (необходимое и достаточное условие). Доказательство теоремы о сохранении свойства ограниченности последовательности при отбрасывании конечного числа членов последовательности. Доказательство теоремы о сумме ограниченных последовательностей.
6. Понятие возрастающей (неубывающей последовательности). Понятие монотонности.
7. Определение бесконечно малой последовательности. Геометрический смысл.
8. Свойства бесконечно малых последовательностей. Доказательство. свойства ограниченности бесконечно малой последовательности.
9. Свойства бесконечно малых последовательностей. Доказательство свойства: сумма бесконечно малых последовательностей есть также бесконечно малая последовательность.
10. Свойства бесконечно малых последовательностей. Доказательство свойства: произведение бесконечно малой последовательности на ограниченную есть также бесконечно малая последовательность.
11. Следствия из свойств бесконечно малых последовательностей.
12. Предел числовой последовательности. Определение «на языке бесконечно малых». Определение на языке «ɛ-N» .Определение «на языке окрестностей».
13. Теорема о единственности предела последовательности. Доказательство.
14. Доказательство теоремы: если последовательность сходится, то она ограничена.
15. Теорема о предельном переходе в неравенствах. Доказательство.
16. Доказательство теоремы:





1. Вычисление пределов. Арифметические операции.
2. Признаки существования предела последовательности.
3. Определение бесконечно большой последовательности. Теоремы о связи бесконечно большой и бесконечно малой последовательностей. Теорема о произведении бесконечно большой последовательности на сходящуюся последовательность.
4. Функция как закон соответствия между множествами. Понятие ограниченной функции.
5. Определение бесконечно малой функции на бесконечности. Определение бесконечно большой функции на бесконечности.
6. Основные свойства бесконечно малых функций на бесконечности.
7. Необходимое и достаточное условие для бесконечно большой функции.
8. Определение предела функции на бесконечности. Геометрическая интерпретация.
9. Понятие асимптоты графика функции. Алгоритм отыскания асимптоты.
10. Понятие бесконечно малой функции в точке. Геометрическая интерпретация.
11. Основные свойства бесконечно малой функции в точке.
12. Определение предела функции в точке в терминах ɛ-𝛅. Геометрическая интерпретация.
13. Основные теоремы о пределе функции в точке. Теоремы об арифметических операциях предела функции в точке.
14. Понятие одностороннего предела. Теорема о существование предела функции в точке.
15. Понятие непрерывности функции в точке. Точки разрыва. Классификация.
16. Первый замечательный предел. Доказательство.
17. Следствия из первого замечательного предела.
18. Второй замечательный предел. Доказательство.
19. Следствия из второго замечательного предела.
20. Определение производной. Определение дифференцируемой функции в точке.
21. Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции. Доказательство.
22. Определение дифференциала. Геометрический смысл дифференциала.
23. Геометрический смысл производной.
24. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Доказательство правил нахождения производной суммы и производной произведения.
25. Таблица производных. Производные высших порядков.
26. Точки локального экстремума. Теорема Ферма: необходимое условие существования экстремума. Доказательство.
27. Теорема Ролля. Доказательство.
28. Теорема Лагранжа (доказательство). Теорема Коши.
29. Применение производной к исследованию функций. Условие постоянства функции. Условие монотонности функции.Достаточное условие существования экстремума.
30. Наибольшее (наименьшее) значение функции. Алгоритм нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке.
31. Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.
32. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Достаточное условие выпуклости и вогнутости кривой. Необходимое условие существования точки перегиба.
33. Общий план исследования функции и построения графика функции.
34. Определение первообразной. Теорема о первообразной. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
35. Таблица неопределенных интегралов.
36. Метод замены переменной (метод подстановки) вычисления неопределенного интеграла.
37. Метод вычисления «по частям» для вычисления неопределенного интеграла.
38. Интегрирование рациональных функций.
39. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.
40. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции.
41. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции.
42. Теорема о среднем для определенного интеграла.
43. Существование первообразной у непрерывной функции.
44. Формула Ньютона –Лейбница.
45. Свойства определенного интеграла.
46. Интегрирование «по частям» в определенном интеграле.
47. Замена переменной в определенном интеграле.
48. Геометрические приложения определенного интеграла.
49. Определение несобственных интегралов с бесконечными пределами.
50. Несобственные интегралы от разрывных функций.